

Niedersächsisches
Kultusministerium

Kerncurriculum

für die Integrierte Gesamtschule
Schuljahrgänge 5 - 10

Mathematik



Niedersachsen

An der Erarbeitung des Kerncurriculums für das Unterrichtsfach Mathematik für die Schuljahrgänge 5 - 10 der Integrierten Gesamtschule waren die nachstehend genannten Personen beteiligt:

Angela Drescher, Hannover
Detlev Hoffmann, Braunschweig
Mareike Neudeck, Aurich
Dirk Tönnies, Hannover
Claudia Weber, Braunschweig

Wissenschaftliche Beratung:
Prof. Dr. Martin Winter, Universität Vechta

Die Ergebnisse des gesetzlich vorgeschriebenen Anhörungsverfahrens sind berücksichtigt worden.

Herausgegeben vom Niedersächsischen Kultusministerium (2012)
Schiffgraben 12, 30 159 Hannover

Druck:
Unidruck
Weidendamm 19
30 167 Hannover

Das Kerncurriculum kann als "PDF-Datei" vom Niedersächsischen Bildungsserver (NIBIS) unter <http://www.cuvo.nibis.de> heruntergeladen werden.

Inhalt	Seite
Allgemeine Informationen zu den niedersächsischen Kerncurricula	5
1 Bildungsbeitrag des Faches Mathematik	7
2 Kompetenzorientierter Unterricht	8
2.1 Kompetenzbereiche	8
2.2 Kompetenzentwicklung	12
2.3 Innere Differenzierung	15
2.4 Zum Einsatz von Medien	17
3 Erwartete Kompetenzen	19
3.1 Prozessbezogene Kompetenzbereiche	20
3.1.1 Mathematisch argumentieren	20
3.1.2 Probleme mathematisch lösen	21
3.1.3 Mathematisch modellieren	23
3.1.4 Mathematische Darstellungen verwenden	24
3.1.5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	25
3.1.6 Kommunizieren	27
3.2 Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche	28
3.2.1 Zahlen und Operationen	28
3.2.2 Größen und Messen	30
3.2.3 Raum und Form	32
3.2.4 Funktionaler Zusammenhang	34
3.2.5 Daten und Zufall	37
3.3 Lernbereiche	39
3.3.1 Mit Zahlen umgehen	41
3.3.2 Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten	48
3.3.3 Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen, auswerten	55
3.3.4 Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen	59
4 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung	66
5 Aufgaben der Fachkonferenz	68

Allgemeine Informationen zu den niedersächsischen Kerncurricula

Kerncurricula und Bildungsstandards

Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung sind zentrale Anliegen im Bildungswesen. Grundlage von Bildung ist der Erwerb von gesichertem Verfügungs- und Orientierungswissen, das die Schülerinnen und Schüler zu einem wirksamen und verantwortlichen Handeln auch über die Schule hinaus befähigt. Den Ergebnissen von Lehr- und Lernprozessen im Unterricht kommt damit eine herausragende Bedeutung zu. Sie werden in Bildungsstandards und Kerncurricula beschrieben.

Für eine Reihe von Fächern hat die Kultusministerkonferenz Bildungsstandards verabschiedet, durch die eine bundesweit einheitliche und damit vergleichbare Grundlage der fachspezifischen Anforderungen gelegt ist. Die niedersächsischen Kerncurricula nehmen die Gedanken dieser Bildungsstandards auf und konkretisieren sie, indem sie fachspezifische Kompetenzen für Doppeljahrgänge ausweisen und die dafür notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten benennen. In Kerncurricula soll ein gemeinsam geteilter Bestand an Wissen bestimmt werden, worüber Schülerinnen und Schüler in Anforderungssituationen verfügen.

Kompetenzen

Kompetenzen umfassen Fähigkeiten, Kenntnisse und Fertigkeiten, aber auch Bereitschaften, Haltungen und Einstellungen, über die Schülerinnen und Schüler verfügen müssen, um Anforderungssituationen gewachsen zu sein. Kompetenzerwerb zeigt sich darin, dass zunehmend komplexere Aufgabenstellungen gelöst werden können. Deren Bewältigung setzt gesichertes Wissen und die Kenntnis und Anwendung fachbezogener Verfahren voraus.

Schülerinnen und Schüler sind kompetent, wenn sie zur Bewältigung von Anforderungssituationen

- auf vorhandenes Wissen zurückgreifen,
- die Fähigkeit besitzen, sich erforderliches Wissen zu beschaffen,
- zentrale Zusammenhänge des jeweiligen Sach- bzw. Handlungsbereichs erkennen,
- angemessene Handlungsschritte durchdenken und planen,
- Lösungsmöglichkeiten kreativ erproben,
- angemessene Handlungsentscheidungen treffen,
- beim Handeln verfügbare Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten einsetzen,
- das Ergebnis des eigenen Handelns an angemessenen Kriterien überprüfen.

Kompetenzerwerb

Der Kompetenzerwerb beginnt bereits vor der Einschulung, wird in der Schule in zunehmender qualitativer Ausprägung fortgesetzt und auch im beruflichen Leben weitergeführt. Im Unterricht soll der Aufbau von Kompetenzen systematisch und kumulativ erfolgen; Wissen und Können sind gleichermaßen zu berücksichtigen.

Dabei ist zu beachten, dass Wissen „träges“, an spezifische Lernkontexte gebundenes Wissen bleibt, wenn es nicht aktuell und in verschiedenen Kontexten genutzt werden kann. Die Anwendung des Ge-

lernten auf neue Themen, die Verankerung des Neuen im schon Bekannten und Gekonnten, der Erwerb und die Nutzung von Lernstrategien und die Kontrolle des eigenen Lernprozesses spielen beim Kompetenzerwerb eine wichtige Rolle.

Lernstrategien wie Organisieren, Wiedergabe von auswendig Gelerntem (Memorieren) und Verknüpfung des Neuen mit bekanntem Wissen (Elaborieren) sind in der Regel fachspezifisch lehr- und lernbar und führen dazu, dass Lernprozesse bewusst gestaltet werden können. Planung, Kontrolle und Reflexion des Lernprozesses ermöglichen die Einsicht darin, was, wie und wie gut gelernt wurde.

Struktur der Kerncurricula

Kerncurricula haben eine gemeinsame Grundstruktur: Sie weisen inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzbereiche aus. Die Verknüpfung beider Kompetenzbereiche muss geleistet werden.

- Die prozessbezogenen Kompetenzbereiche beziehen sich auf Verfahren, die von Schülerinnen und Schülern verstanden und beherrscht werden sollen, um Wissen anwenden zu können. Sie umfassen diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten, die einerseits die Grundlage, andererseits das Ziel für die Erarbeitung und Bearbeitung der inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche sind, zum Beispiel
 - Symbol- oder Fachsprache kennen, verstehen und anwenden,
 - fachspezifische Methoden und Verfahren kennen und zur Erkenntnisgewinnung nutzen,
 - Verfahren zum selbstständigen Lernen und zur Reflexion über Lernprozesse kennen und einsetzen,
 - Zusammenhänge erarbeiten und erkennen sowie ihre Kenntnis bei der Problemlösung nutzen.
- Die inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche sind fachbezogen; es wird bestimmt, über welches Wissen die Schülerinnen und Schüler im jeweiligen Inhaltsbereich verfügen sollen.

Kerncurricula greifen diese Grundstruktur unter fachspezifischen Gesichtspunkten sowohl im Primarbereich als auch im Sekundarbereich auf. Durch die Wahl und Zusammenstellung der Kompetenzbereiche wird der intendierte didaktische Ansatz des jeweiligen Unterrichtsfachs deutlich. Die erwarteten Kompetenzen beziehen sich vorrangig auf diejenigen fachlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, über die Schülerinnen und Schüler am Ende von Doppeljahrgängen verfügen sollen. Wichtig ist auch die Förderung von sozialen und personalen Kompetenzen, die über das Fachliche hinausgehen.

Rechtliche Grundlagen

Allgemeine Rechtsgrundlagen für das fachbezogene Kerncurriculum sind das Niedersächsische Schulgesetz und der Grundsatzterlass für die jeweilige Schulform. Für die Umsetzung der Kerncurricula gelten die fachspezifischen Bezugserlasse.

1 Bildungsbeitrag des Faches Mathematik

Die Mathematik bzw. die mathematische Erkenntnisgewinnung ist eine kulturelle Errungenschaft, die historisch gewachsen ist. Mathematische Begriffe und Methoden entwickeln sich an Fragestellungen und Problemen, die auch an gesellschaftliche und praktische Bedingungen gebunden sind. Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln sowie der ihr eigenen Denkweise eröffnet einen spezifischen Zugang, um die Welt zu verstehen. Dieser ist nicht durch andere Zugänge zu ersetzen.

Mathematik durchzieht eine Vielzahl von Bereichen des täglichen Lebens. Vielfach erlauben erst Vorstellungen von räumlichen Beziehungen und geometrische Darstellungsweisen den Zugang zu Problemstellungen. Zahlen, Berechnungen und graphische Darstellungen prägen Ergebnisse angewandter mathematischer Methoden und beschreiben Zusammenhänge. Mathematische Begriffe und Methoden bilden somit die Grundlage weitreichender Entscheidungen bei unterschiedlichen Vorgängen in der Gesellschaft. Damit leistet der Mathematikunterricht in zeitgemäßer Weise einen Beitrag zur Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler.

Mathematik beschränkt sich nicht auf einen abgeschlossenen Wissenskanon, sondern steht vielmehr für lebendiges und phantasievolles Handeln, das auf menschlicher Kreativität beruht. Schülerinnen und Schüler erfahren Mathematik als ein Werkzeug zur Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik. Anregung zur Eigentätigkeit, Einlassen auf die Vorerfahrungen der Lernenden und das Vernetzen von Kenntnissen fördern die geistige Aktivität und erhöhen die Chancen für das Verstehen.

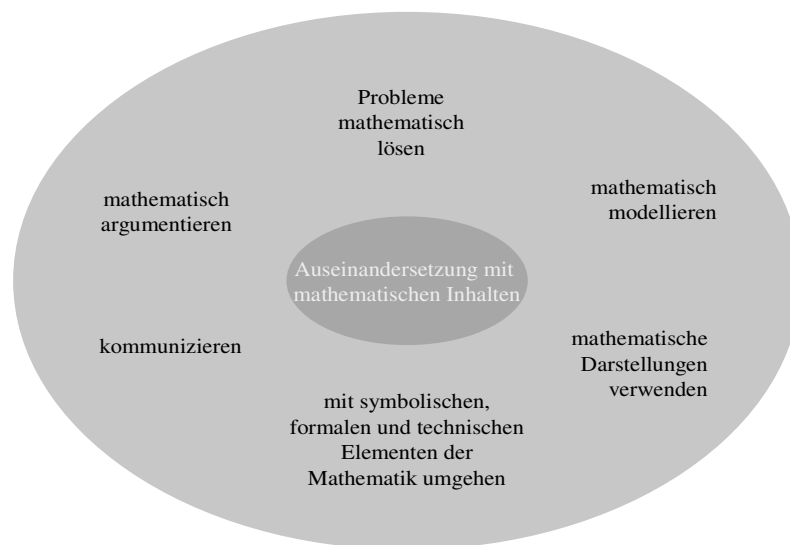
Mathematikunterricht fördert grundlegende intellektuelle Fähigkeiten, die über das Fach hinaus von Bedeutung sind, wie z. B. Ordnen, folgerichtiges Denken, Verallgemeinern und Abstrahieren. Daneben fördert mathematisches Handeln durch Erkunden von Zusammenhängen, Argumentieren, Systematisieren, Entwickeln und Untersuchen von Strukturen die allgemeine Handlungskompetenz. Die Schülerinnen und Schüler erschließen sich einen Wahrnehmungs- und Urteilshorizont, der über die Alltagsvorstellungen hinausgeht und die Kritikfähigkeit und Beurteilungskompetenz fördert.

Ein Mathematikunterricht, der die subjektiven Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler ernst nimmt, bietet Gelegenheiten für Umwege, alternative Deutungen und Ideenaustausch und legt Wert auf eigenverantwortliches Handeln. Komplexe mathematische Fragestellungen und Probleme werden bearbeitet, indem die Schülerinnen und Schüler auch miteinander kommunizieren und kooperieren. Auf diese Weise erfahren die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung ihres mathematischen Handelns, entwickeln Selbstvertrauen in die eigenen mathematischen Kompetenzen sowie Phantasie, Kreativität, Interesse und Neugier an mathematikhaltigen Phänomenen.

2 Kompetenzorientierter Unterricht

2.1 Kompetenzbereiche

Die Bewältigung mathematischer Problemsituationen erfordert ein Zusammenspiel verschiedener mathematischer Prozesse, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Von zentraler Bedeutung im Unterricht sind die prozessbezogenen Kompetenzen, die in der Auseinandersetzung mit konkreten mathematischen Inhalten erworben werden, wobei die inhaltsbezogene Konkretisierung auf vielfältige Weise möglich ist. Dieser Sachverhalt wird in Übereinstimmung mit den von der Kultusministerkonferenz verabschiedeten Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss durch folgende Grafik dargestellt:



Prozessbezogene Kompetenzbereiche

Mathematisch argumentieren

Das Argumentieren hebt sich vom einfachen Informationsaustausch bzw. dem intuitiven Entscheiden vor allem durch den Wunsch nach Stimmigkeit ab. Beim Argumentieren in außermathematischen Situationen geht es vor allem um das Rechtfertigen von Modellannahmen, das Interpretieren von Ergebnissen, das Bewerten der Gültigkeit oder der Nützlichkeit eines Modells und das Treffen von Entscheidungen mithilfe des Modells. Beim Argumentieren in innermathematischen Situationen spricht man allgemein vom Begründen und je nach Strenge auch vom Beweisen.

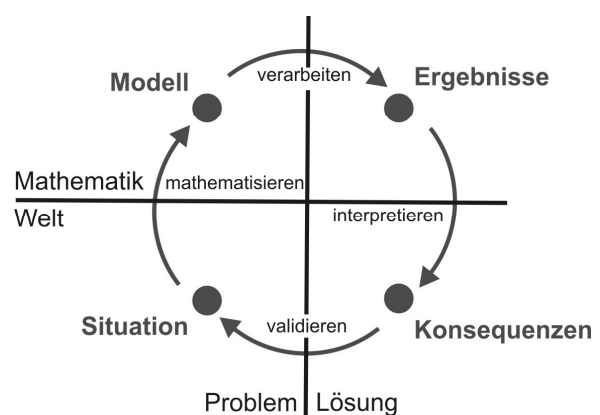
Das Argumentieren umfasst ein breites Spektrum von Aktivitäten: vom Erkunden von Situationen, Strukturieren von Informationen, Stellen von Fragen, Aufstellen von Vermutungen, Angeben von Beispielen und Plausibilitätsbetrachtungen, über das schlüssige (auch mehrschrittige) Begründen bis hin zum formalen Beweisen. Hierbei kommen unterschiedliche Abstufungen von Strenge zum Tragen: vom intuitiven Begründen durch Verweis auf Plausibilität oder Beispiele bis zum mehrschrittigen Beweisen durch Zurückführen auf gesicherte Aussagen. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Einsicht in die Notwendigkeit allgemeingültiger Begründungen von Vermutungen.

Probleme mathematisch lösen

Anforderungen an Abstraktion, Folgerichtigkeit und Exaktheit bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen schulen in besonderem Maße das systematische und logische Denken sowie das kritische Urteilen. Die Schülerinnen und Schüler werden zunehmend befähigt, mathematische Probleme selbstständig zu bearbeiten und können so Vertrauen in ihre Denkfähigkeit erlangen. Dazu müssen sie über solides Grundwissen sowie vielfältige Fertigkeiten und Fähigkeiten verfügen und diese flexibel anwenden. Bei der Bearbeitung von Problemen können Schülerinnen und Schüler erfahren, dass Anstrengungsbereitschaft und Durchhaltevermögen erforderlich sind, um zu Lösungen zu gelangen.

Mathematisch modellieren

Realsituationen können durch Modellierung einer mathematischen Bearbeitung zugänglich gemacht werden. Das Modellieren umfasst: Idealisieren und Vereinfachen der Realsituation, Festlegen von Annahmen, Übersetzen in mathematische Begriffe und Strukturen sowie das Arbeiten in dem gewählten Modell. Darüber hinaus müssen die Ergebnisse interpretiert und in der Realsituation geprüft werden. Der Reflexion und Beurteilung sowie gegebenenfalls der Variation des verwendeten mathematischen Modells im Hinblick auf die Realsituation kommt dabei eine besondere Bedeutung zu.



Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass Ergebnisse von Modellierungsprozessen zum Erstellen von Prognosen und als Grundlage für Entscheidungen genutzt werden. Außerdem entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein kritisches Bewusstsein gegenüber Aussagen und Behauptungen, die auf Modellannahmen basieren.

Mathematische Darstellungen verwenden

Mathematisches Arbeiten erfordert das Anlegen und Interpretieren von Darstellungen und den jeweils angemessenen Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen. Zu den Darstellungsformen gehören Texte und Bilder; Tabellen, Graphen und Terme; Skizzen, Grafiken und Diagramme sowie Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge veranschaulichen. Technische Hilfsmittel unterstützen einen flexiblen Umgang mit mathematischen Darstellungen.

Eigene Darstellungen dienen dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen und unterstützen die Argumentation. Der flexible Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen erleichtert das Verständnis von Sachzusammenhängen. Insbesondere bei der Präsentation von Ergebnissen erfahren die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung von Darstellungen als Kommunikationsmittel.

Mit symbolischen, mathematischen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Problemstellungen und Lösungen werden in der Regel in natürlicher Sprache dargestellt, die mathematische Bearbeitung erfolgt dagegen meistens in symbolischer und formaler Sprache. Komplexe Sachverhalte können in formaler Sprache eindeutig und prägnant dargestellt und so einer mathematischen Bearbeitung zugänglich gemacht werden. Der Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umfasst strategische Fähigkeiten, die zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Problemstellungen ermöglichen. Dazu müssen angemessene Verfahren und Werkzeuge ausgewählt, angewendet und bewertet werden.

Die Schülerinnen und Schülern setzen Regeln und Verfahren verständlich ein und nutzen technische Hilfsmittel zur Entlastung.

Kommunizieren

Kommunizieren über mathematische Zusammenhänge beinhaltet, Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse zu dokumentieren, verständlich darzustellen und zu präsentieren.

Dazu müssen die Schülerinnen und Schüler Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen. Schülerinnen und Schüler nehmen mathematische Informationen und Argumente auf, strukturieren Informationen, erläutern mathematische Sachverhalte und verständigen sich darüber mit eigenen Worten und unter Nutzung angemessener Fachbegriffe. Sie strukturieren und dokumentieren ihre Arbeit, Lernwege und Ergebnisse, wobei sie mündliche und unterschiedliche schriftliche mathematische Darstellungsformen nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler geben ihre Überlegungen verständlich weiter, prüfen und bewerten Argumentationen. Dabei gehen sie konstruktiv mit Fehlern und Kritik um. Sie arbeiten kooperativ und bewerten Teamarbeit.

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Zahlen sind Bestandteil des täglichen Lebens. Sie dienen dazu, Phänomene aus der Umwelt zu quantifizieren und zu vergleichen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis von Zahlen, Variablen, Rechenoperationen, Umkehrungen, Termen und Formeln. Sie wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen.

Größen und Messen

Zählen und Messen dienen dazu, Phänomene aus der Umwelt zu quantifizieren und zu vergleichen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis vom Prinzip des Messens. Sie wenden dieses zur Orientierung, zur Durchdringung lebensweltlicher Probleme und zur Begründung von Formeln an.

Raum und Form

Die Untersuchung geometrischer Objekte und der Beziehungen zwischen ihnen dient der Orientierung im Raum und ist Grundlage für Konstruktionen, Berechnungen und Begründungen. Bei der Beschäftigung mit Geometrie spielen ästhetische Aspekte eine besondere Rolle. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Hierbei steht der handelnde und ästhetische Aspekt vor dem rechnerischen Lösen von Aufgaben. Zum Erwerb geometrischer Kompetenzen ist ein ständiger Wechsel zwischen dem Herstellen, dem Beschreiben, dem Darstellen und dem Berechnen geometrischer Objekte wichtig.

Funktionaler Zusammenhang

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit und der Veränderung von Größen erfassen und analysieren. Funktionen eignen sich für Modellierungen für eine Vielzahl von Real-situationen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis von funktionalen Abhängigkeiten.

Daten und Zufall

Die Analyse und Bewertung von Datenmaterial bietet die Grundlage für Entscheidungen sowie für die Abschätzung von Chancen und Risiken. Wahrscheinlichkeiten dienen der Beschreibung von Zufallsphänomenen und ermöglichen Prognosen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis von Prognosen und Simulationen.

2.2 Kompetenzentwicklung

Die Beschreibungen der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen stellen den Einwicklungsprozess beim Lernen in den Vordergrund. Der Aufbau der Kompetenzen ist dabei eng verbunden mit übergreifenden Zielen zur Entwicklung der Persönlichkeit und des sozialen Lernens wie der Kooperationsfähigkeit, der Fähigkeit zur Organisation des eigenen Lernens und der Bereitschaft, eigene Fähigkeiten verantwortungsvoll einzusetzen.

Die Schülerinnen und Schüler erkunden im Unterricht mathematische Situationen, erkennen und präzisieren Probleme und versuchen, diese unter Verwendung typischer mathematischer Strategien zu lösen. So bauen sie ein Netz aus Wissens-elementen und Fertigkeiten aktiv-entdeckend und lokal ordnend auf und entwickeln es beständig weiter. Ein Unterricht, der Verstehen und Aufklären in den Mittelpunkt stellt, geht von authentischen, komplexen Sinnkontexten, von realitätsnahen Anwendungen, aber auch von innermathematischen Problemstellungen aus.

Dem kumulativen Kompetenzaufbau kommt eine besondere Bedeutung zu. Einmal erworbene Kompetenzen müssen dauerhaft verfügbar gehalten werden, damit Weiterlernen gelingt. Dies kann dadurch erreicht werden, dass Lerninhalte durch geeignete Wiederholungen und Übungen unter immer neuen Gesichtspunkten dargeboten werden und früher erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten im Zusammenhang mit neuen Inhalten effizient wiederholt und vertieft werden. Kumulatives Lernen stützt die Lernmotivation durch Erleben von Lernzuwachs. Bereits vorhandene und neu erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten werden verbunden und legen die Basis für zukünftiges Lernen.

Wesentliche Prozesse beim Kompetenzaufbau werden durch konkrete Aufgaben gesteuert, die prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen miteinander verknüpfen. Zum Lösen von Aufgaben werden die Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Hierbei werden drei Anforderungsbereiche unterschieden:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben werden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Grundsätzlich ist zwischen Aufgaben zum Erwerb und zum Nachweis von Kompetenzen zu unterscheiden. Die einzelnen Aufgaben und Lernschritte einer Unterrichtssequenz erhalten ihre Bedeutung nicht allein und isoliert in den eng mathematischen Lösungsschritten, sondern im gleichzeitigen Erwerb umfassender und übergreifender Kompetenzen.

Schülerinnen und Schülern erwerben ihre Kompetenzen durch vielfältige Lernanlässe, um mathematische Zusammenhänge zu entdecken, indem sie an Alltags- und Vorerfahrungen anknüpfen, Begriffe selbst entwickeln und individuelle Lernwege beschreiten. Geeignete Aufgaben regen die Kreativität von Schülerinnen und Schülern an und fördern darüber hinaus Kooperation und Kommunikation. Die Schülerinnen und Schüler weisen bei ihrer Bearbeitung nach, welche Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten sie besitzen und wie sie diese einsetzen, um unbekannte Probleme zu lösen. Aufgaben zum Nachweis von Kompetenzen beschränken sich nicht auf das schematische und kalkülhafte Abarbeiten von Verfahren, sondern fordern einen verständigen Umgang mit mathematischen Verfahren auch ohne die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln. Art und Inhalt der Aufgabenstellungen sind entsprechend dem unterrichtlichen Vorgehen anzulegen. Dabei werden prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzbereiche gleichberechtigt erfasst. Die Aufgaben spiegeln die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten wider und beinhalten sowohl eingübte Verfahren als auch variantenreich gestaltete bekannte oder abgewandelte Fragestellungen.

Unterschiedliche Unterrichtsformen ermöglichen sowohl die selbstständige Erarbeitung neuer Inhalte durch die Schülerinnen und Schüler als auch eine Wissensvermittlung durch die Lehrkraft. Gruppen- und Projektarbeiten mit offenen Aufgabenstellungen fördern im besonderen Maße sachbezogene Dialoge, konstruktive Kritik und die Bereitschaft zum gemeinsamen Arbeiten. Offene Aufgabenstellungen bieten Schülerinnen und Schülern Spielräume für eigenständiges Erkunden, Problemlösen, Dokumentieren und Präsentieren.

Die Rolle der Lehrenden als Expertinnen und Experten für mathematische Zusammenhänge, Denk- und Arbeitsweisen wird erweitert durch die Rolle der Moderatorin bzw. des Moderators für das Lernen. Die Unterrichtenden müssen über Wissen verfügen, wie Menschen lernen, und den Lernprozess durch sensible Wahrnehmung und Handlungsalternativen so organisieren und moderieren, dass er allen Beteiligten gerecht wird. Dabei orientiert sich die Unterrichtsgestaltung an den Lernvoraussetzungen und Lernprozessen der Schülerinnen und Schüler.

Aber auch den Lernenden kommt eine aktive Rolle zu, indem sie sich auf den Unterricht einlassen, ihr Lernen verantwortungsvoll in die Hand nehmen und mit ihren individuellen Fähigkeiten gestalten. Die Lernenden werden in ihrer eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand bestärkt. Sie werden darin unterstützt eigene Lernwege zu gehen, zu beschreiben und festzuhalten. Umwege, alternative Ansätze, aber auch mögliche Fehler sind natürliche und erwünschte Begleiterscheinungen des Lernens und lassen sich konstruktiv nutzen. Damit Schülerinnen und Schüler offen,

ehrlich und produktiv mit eigenen Fehlern umgehen können, sind im Unterricht Lern- und Leistungssituationen klar voneinander zu trennen.

Alle Beteiligten arbeiten so miteinander zusammen, dass sie sich gegenseitig ernst nehmen, sich gegenseitig aufklären und in Alternativen handeln. Dies wird gefördert, indem explizit

- eine Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge und Lernwege möglich ist,
- Freiräume zum eigenen Erkunden existieren,
- Dialogfähigkeit gefördert wird und dabei auch weniger normierter Formen der Sprechweisen zugelassen werden,
- mit Fehlern anderer sensibel umgegangen wird.

Handlungsorientierung stellt ein grundsätzliches und wesentliches Unterrichtsprinzip dar. Sie fördert und fordert die praktischen und kreativen Fähigkeiten. Handlungsorientierung und ganzheitliches Lernen – auch an außerschulischen Lernorten – ist eine geeignete Form, die schulischen Anforderungen mit den Erfahrungen der Lernenden zu verbinden. Der Unterricht muss so angelegt sein, dass er immer wieder Phänomene und Sachverhalte aus den Lebenswelten der Schülerinnen und Schüler zum Ausgangspunkt oder Gegenstand von Mathematiklernen macht. Er ermöglicht eine Auseinandersetzung mit allen Sinnen („Mathematik zum Anfassen“ und „zum Begreifen“) und umfasst immer Lernen und Handeln, Wissen und Anwenden. Lernen durch Handeln fördert die Vernetzung von Fähigkeiten, Kenntnissen und Fertigkeiten und stützt damit den Kompetenzaufbau.

Insbesondere die prozessbezogenen Kompetenzbereiche unterstützen gezielt die Sprachförderung der Schülerinnen und Schüler, indem diese z. B. über mathematische Inhalte und Zusammenhänge kommunizieren, die Auswahl ihrer Lernwege begründen, Argumente für ihren Lösungsvorschlag zusammentragen sowie wesentliche Aussagen und Informationen aus Textaufgaben entnehmen.

2.3 Innere Differenzierung

Innere Differenzierung findet im individualisierten Unterricht, im kooperativen Unterricht und im Klassenverband statt. Auch wenn der Unterricht in Kursen auf unterschiedlichen Anspruchsebenen erfolgt, bedarf es einer inneren Differenzierung.

Innere Differenzierung ist einerseits eine Grundhaltung, in der Vielfalt und Heterogenität als Chance und als Bereicherung gesehen wird, und andererseits ein pädagogisches Prinzip für die Gestaltung von Unterricht im Allgemeinen und für die Organisation von Lernprozessen im Besonderen. Ziel der inneren Differenzierung ist die optimale individuelle Förderung und die soziale Integration jedes einzelnen Schülers bzw. jeder einzelnen Schülerin.

Innere Differenzierung benötigt, fordert und fördert fachunabhängige Kompetenzen wie das eigenverantwortliche, selbstständige Lernen und Arbeiten, die Kooperation und Kommunikation sowie das Erlernen und Beherrschen wichtiger Lern- und Arbeitstechniken.

Der Erfolg der Lernprozesse ist auch davon abhängig, inwieweit die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler in der Organisation und bei der Gestaltung von Unterricht berücksichtigt werden. Die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler unterscheiden sich u.a. in Bezug auf

- biografische Erfahrungshintergründe,
- methodische Fähigkeiten und Arbeitstechniken,
- Interessen und Neigungen,
- Persönlichkeitsmerkmale,
- Lerntypen und Lernstile,
- Lern- und Arbeitstempi,
- Vorkenntnisse sowie
- allgemeine Fähigkeiten wie z. B. Abstraktionsfähigkeit, Sprachverständnis, räumliches Vorstellungsvermögen, logisches Denken.

Die innere Differenzierung hat Auswirkungen auf pädagogische, didaktische und organisatorische Maßnahmen. Beispiele dafür sind:

- Individuelles Lernen: Jede Schülerin und jeder Schüler arbeitet in ihrem bzw. seinem eigenen Lernrhythmus und wählt entsprechende Aufgaben aus.
- Aufgabendifferenzierung: Schülerinnen und Schüler beschäftigen sich mit unterschiedlichen Aspekten innerhalb einer Aufgabe.
- Zugangsmöglichkeiten: Die Vielfalt im Medieneinsatz ermöglicht es, verschiedene Lerntypen anzusprechen.

- Komplexität: Aufgabenarten mit unterschiedlichen Abstraktionsniveaus ermöglichen Lösungswege unterschiedlicher Komplexität. Dabei werden Lernende zur selbstständigen begründeten Auswahl befähigt.
- Herangehensweisen an die Inhalte: Unterschiedliche Vorgehensweisen, wie z. B. konkret und praktisch oder abstrakt und verallgemeinernd, ermöglichen der ganzen Lerngruppe, sich mit derselben Aufgabenstellung auseinander zu setzen.
- Hilfestellungen: Schülerinnen und Schüler bekommen individuelle Hilfen durch Materialien mit unterschiedlich hohem Aufforderungscharakter, die die drei Anforderungsbereiche berücksichtigen.
- Lernerfahrungen: Schülerinnen und Schüler können Einfluss nehmen auf die Planung und den Ablauf des Unterrichts, indem sie eigene Interessen einbringen und eigene Schwerpunkte wählen.
- Lernhaltung: Schülerinnen und Schüler übernehmen zunehmend Verantwortung für den eigenen Lernprozess.

Die eigenständige Bewältigung von individuell als schwierig empfundenen Problemen bewirkt in der Regel eine Motivationssteigerung. Diese sollten alle Schülerinnen und Schüler erfahren. Deshalb dürfen die Maßnahmen zur Differenzierung nicht auf eine unterschiedliche Anzahl der zu bearbeitenden Aufgaben reduziert werden.

Innere Differenzierung muss auch die Förderung leistungsstarker Schülerinnen und Schüler berücksichtigen. Für diese werden Lernangebote bereitgestellt, die einen höheren Anspruch haben und somit stärker herausfordern. Diese Angebote sollten das aktuelle Thema vertiefen und erweitern und komplexe Fragestellungen eröffnen, Forschungsaufträge ermöglichen und Verknüpfungen mit anderen mathematischen und außermathematischen Wissenschaftsbereichen zulassen. Auch schulische und außerschulische Mathematik-Wettbewerbe und mathematische Arbeitsgruppen sind eine mögliche Herausforderung für interessierte und leistungsstarke Schülerinnen und Schüler.

Unter dem Aspekt der Differenzierung sind auch die geschlechtsspezifischen Unterschiede von Bedeutung. Ein emanzipatorischer Unterrichtsansatz ermöglicht den Mädchen und Jungen unterschiedliche Lernwege und Lernstile einzubringen. Dabei wird subjektiven und alternativen Deutungen Raum gegeben. Mädchen- und jungenrelevante Aspekte werden bei der Auswahl der Inhalte und Aufgabenstellungen berücksichtigt, gleichzeitig werden Geschlechterstereotype vermieden und Vorurteile abgebaut. Im Mathematikunterricht werden die erforderlichen Kenntnisse und Fertigkeiten zur Entfaltung der Gesamtpersönlichkeit vermittelt, die eine gleichberechtigte Berücksichtigung der Aufgaben von Mann und Frau in Familie, Beruf und Gesellschaft widerspiegelt, Rollenzuweisungen vermeidet und das Selbstbewusstsein und Selbstwertgefühl der Mädchen und Jungen stärkt.

2.4 Zum Einsatz von Medien

Bei der Planung und Gestaltung des Mathematikunterrichts spielt der sinnvolle Einsatz geeigneter Medien eine wichtige Rolle. Das Experimentieren, das Herstellen, das Probieren und Entdecken, das praktische Handeln mit verschiedenen konkreten Lern- und Arbeitsmaterialien bietet Anregung für unterschiedliche Lernaktivitäten, ermöglicht vielfältige Zugänge zum Lernen und wird den verschiedenen Lerntypen besser gerecht.

In der Auseinandersetzung mit Medien eröffnen sich den Schülerinnen und Schülern erweiterte Möglichkeiten der Wahrnehmung, des Verstehens und Gestaltens. Eine bewusste Nutzung der Medienvielfalt erfordert Strategien der Informationssuche und Informationsprüfung wie das Erkennen und Formulieren des Informationsbedarfs, das Identifizieren und Nutzen unterschiedlicher Informationsquellen, das Identifizieren und Dokumentieren der Informationen sowie das Prüfen auf thematische Relevanz, sachliche Richtigkeit und Vollständigkeit. Derartige Strategien sind Elemente zur Erlangung übergreifender Medienkompetenz.

Medien unterstützen die individuelle und aktive Wissensaneignung, fördern selbstgesteuertes, kooperatives und kreatives Lernen sowie die Fähigkeit, Aufgaben und Problemstellungen selbstständig und lösungsorientiert zu bearbeiten. Chancen und Grenzen des jeweils eingesetzten medialen Werkzeugs bedürfen einer kritischen Reflexion.

Deswegen sollten im Unterricht neben den herkömmlichen Medien wie Tafel, Zeichengeräte, Lehrbuch, Formelsammlung und Arbeitsheft auch

- gebräuchliche Werkzeuge und nützliche Dinge aus dem Alltag (Zollstock, Kreisschneider, Messbecher, Waage, Spiegel, Schachteln, usw.),
 - Werkstoffe wie Holzwürfel und -leisten, Papier und Pappen zum Falten und Bauen,
 - didaktische Lernmedien wie mathematische Modellsätze (Füllkörper, Kantenmodelle, Oberflächennetze usw.), Geometrie- Konstruktionssysteme (Steck- und Baukästen), mathematische Arbeitsmittel zum Anfassen (Bruchrechenmaterialien, Wahrscheinlichkeitslabor, Experimentierkästen usw.),
 - mathematische Spiele unterschiedlichster Art (Rechendominos, Brett- und Kartenspiele zu verschiedenen mathematischen Themen),
 - interaktive Exponate, die Mathematik zum Anfassen ermöglichen,
 - visuelles Material (Lerntafeln, Poster usw.),
 - elektronische Hilfsmittel,
 - Selbstlernprogramme (webbasierte Lernpfade) und
 - webbasierte Kommunikationstools
- eingesetzt werden.

Im Mathematikunterricht werden digitale Medien wie wissenschaftliche Taschenrechner, grafikfähige Taschenrechner, Computer-Algebra-Systeme, Tabellenkalkulationsprogramme, dynamische Geometrie Software, das Internet und weitere Software genutzt. Diese unterstützen den Aufbau von Kompetenzen, indem sie gezieltes Experimentieren und das Entdecken neuer Sachverhalte ermöglichen, zu Fragen anregen und die Selbstständigkeit und Kreativität der Schülerinnen und Schüler fördern. Der Einsatz digitaler Hilfsmittel ermöglicht einen direkten Zugang zu unterschiedlichen Lösungsverfahren und unterstützt in gleicher Weise die Anwendung von graphischen, tabellarischen, numerischen und symbolischen Methoden und Verfahren. Hierbei ist zu beachten, dass die Schülerinnen und Schüler auch ohne den Einsatz von Hilfsmitteln grundlegende mathematische Verfahren beherrschen und anwenden können.

Der Umgang mit digitalen Medien wird kontinuierlich entwickelt und ausgebaut. Dazu bieten sich im Unterricht ab Schuljahrgang 5 vielfältige Anknüpfungspunkte, bei denen die digitalen Hilfsmittel zur Demonstration und zur Erkenntnisgewinnung eingesetzt werden können. Digitale Medien stellen neue Zugangsmöglichkeiten zu mathematischen Inhalten bereit, beispielsweise durch besondere Arten der Visualisierung und Dynamisierung, welche die Anwendung heuristischer Strategien unterstützen. Darüber hinaus eignen sie sich besonders zur Förderung von individuellem und selbstständigem Lernen und unterstützen eine stärkere Schülerzentrierung des Unterrichts. Im Rahmen der Umsetzung des allgemeinen Medienkonzepts einer Schule erwerben die Schülerinnen und Schüler Kompetenzen im Umgang mit vielfältiger Software, z. B. Tabellenkalkulationsprogrammen, die für den Mathematikunterricht schon frühzeitig genutzt werden können.

Der systematische Kompetenzaufbau im Umgang mit digitalen Medien ist verpflichtend und ist in die erwarteten Kompetenzen integriert.

3 Erwartete Kompetenzen

Die einzelnen erwarteten prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen werden getrennt nach den Kompetenzbereichen in tabellarischer Form dargestellt. Die horizontale Anordnung in den Tabellen zeigt den jeweiligen kumulativen Aufbau über drei Doppelschuljahrgänge auf. Die vertikale Anordnung innerhalb der Doppelschuljahrgänge legt weder eine Rangfolge noch eine zeitliche Reihenfolge einzelner Unterrichtseinheiten fest.

Es wird ausgewiesen, welche Anforderungen die Schülerinnen und Schüler jeweils am Ende von Schuljahrgang 6, Schuljahrgang 8 und Schuljahrgang 10 erfüllen müssen. Die erwarteten Kompetenzen sind immer als Regelanforderungen formuliert. Für jeden Doppelschuljahrgang sind diejenigen Kompetenzen aufgeführt, die **zusätzlich** zu dem vorangehenden Doppelschuljahrgang zu erwerben sind. Die in den Tabellen auftretenden Leerfelder bedeuten, dass die Kompetenzen früherer Schuljahrgänge präsent zu halten sind und gegebenenfalls auf neue Inhalte übertragen werden.

Die Anforderungen für das **Ende des Schuljahrgangs 6** werden in der 1. Spalte ausgewiesen. Die grau unterlegten Beschreibungen sind Ergänzungen, die als Anregungen für ein vertiefendes und weiterführendes Angebot gelten.

Der Unterricht wird in den **Schuljahrgänge 7 und 8** auf den drei Anspruchsebenen grundlegend (G), erweitert (E) und zusätzlich (Z) erteilt. Dieses wird entweder in Form von innerer Differenzierung oder äußerer Fachleistungsdifferenzierung organisiert. Für das **Ende des Schuljahrgangs 8** werden die Unterschiede der drei Anspruchsebenen bei der Beschreibung der Teilkompetenzen wie folgt ausgewiesen:

- keine Hervorhebung – grundlegende Anforderungen, die für alle drei Anspruchsebenen gelten;
- **grau unterlegt** – Erweiterungen für die E- und Z- Anspruchsebenen;
- **grau unterlegt und fett gedruckt** – Zusätze, die verbindlich für die Z- Anspruchsebene sind.

Bei der grundlegenden Anspruchsebene steht die Entwicklung von Grundvorstellungen im Mittelpunkt. In E- und Z-Kursen wird stärker auf mathematische Exaktheit, höheren Formalisierungsgrad und die Einhaltung der Fachsprache geachtet.

Die Anforderungen bis **Ende des Schuljahrgangs 10** werden getrennt in zwei Spalten dargestellt. In einer Spalte werden die Anforderungen für den G- und E-Kurs beschrieben, wobei die Erweiterungen für den E-Kurs **grau unterlegt** sind.

Die Anforderungen für die Schülerinnen und Schüler, die im 10. Schuljahrgang die Einführungsphase (Eph) der gymnasialen Oberstufe besuchen, werden in einer eigenen Spalte ausgewiesen. Die für den Doppelschuljahrgang 9/10-Eph ausgewiesenen Anforderungen müssen von der Fachkonferenz auf den Z-Kurs im 9. Schuljahrgang und die Einführungsphase verteilt werden. Hierbei ist zu beachten, dass für Schülerinnen und Schüler, die nach dem Erweiterten Sekundarabschluss I den Bildungsweg mit dem Besuch der Einführungsphase fortsetzen, die erfolgreiche Mitarbeit gewährleistet ist.

3.1 Prozessbezogene Kompetenzbereiche

3.1.1 Mathematisch argumentieren			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> stellen Fragen und äußern begründete Vermutungen in eigener Sprache. 	<ul style="list-style-type: none"> äußern präzisere Vermutungen und machen sie einer mathematischen Überprüfung zugänglich, auch unter Verwendung geeigneter Medien. 	<ul style="list-style-type: none"> stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind und äußern begründet Vermutungen. 	<ul style="list-style-type: none"> stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind und äußern begründet Vermutungen.
<ul style="list-style-type: none"> nutzen Informationen für naheliegende Begründungen. 	<ul style="list-style-type: none"> beschaffen, nutzen und bewerten Informationen für komplexe Begründungen 	<ul style="list-style-type: none"> beschaffen sich geeignete Informationen für Argumentationen. 	
<ul style="list-style-type: none"> nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens für Regeln und Zusammenhänge: Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen. finden Fehler in falschen oder Lücken in unvollständigen Argumentationen. 	<ul style="list-style-type: none"> nutzen mathematisches Wissen für Begründungen. bauen Argumentationsketten auf und/oder analysieren diese. finden und korrigieren Fehler in Begründungen und Lösungen erläutern und bewerten verschiedene Argumentationen und Begründungen. 	<ul style="list-style-type: none"> bauen Argumentationsketten auf und/oder analysieren diese. erläutern und bewerten verschiedene Argumentationen und Begründungen. 	<ul style="list-style-type: none"> kombinieren mathematisches Wissen für Begründungen und Argumentationsketten. bauen Argumentationsketten auf, analysieren und bewerten diese. erläutern präzise mathematische Zusammenhänge und Einsichten unter Verwendung der Fachsprache.
<ul style="list-style-type: none"> widerlegen falsche Aussagen durch ein Gegenbeispiel. 	<ul style="list-style-type: none"> widerlegen falsche Aussagen durch ein Gegenbeispiel. erkennen, dass durch Beispiele ein mathematischer Satz nicht bewiesen werden kann. kehren Aussagen und Sätze um und überprüfen sie. 	<ul style="list-style-type: none"> zeigen an geeigneten Beispielen und Veranschaulichungen die Plausibilität von Aussagen. nutzen Variablen sowie geometrische Zusammenhänge zur Begründung der Allgemeingültigkeit von Aussagen und Regeln. kehren Aussagen und Sätze um und überprüfen sie. 	<ul style="list-style-type: none"> geben Begründungen an, überprüfen und bewerten diese. nutzen formale und symbolische Elemente und Verfahren sowie geometrische Zusammenhänge zur Begründung der Allgemeingültigkeit von Aussagen und Regeln.

3.1.2 Probleme mathematisch lösen			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen Fragen zum Verständnis des Problems und formulieren das Problem mit eigenen Worten. ❖ erfassen einfache vorgegebene inner- und außermathematische Problemstellungen und stellen mathematische Fragen und unterscheiden überflüssige von relevanten Größen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ formulieren selbst Problemstellungen. ❖ beschaffen die zu einer Problemlösung noch fehlenden Informationen. ❖ erfassen vorgegebene inner- und außermathematische Problemstellungen und stellen mathematische Fragen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ formulieren selbst Problemstellungen. ❖ beschaffen die zu einer Problemlösung noch fehlenden Informationen. 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ ermitteln durch Schätzen, Überschlagen und Plausibilitätsüberlegungen Ausgangswerte offener Aufgaben. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ ermitteln durch Schätzen, Überschlagen und Plausibilitätsüberlegungen Näherungswerte des erwarteten Ergebnisses. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen das Versagen bekannter Lösungsverfahren. 			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen externe Informationsquellen zur Beschaffung von Daten für die Problemlösung. 		<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen die eingeführte Technologie zur Lösung von Problemen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen die eingeführte Technologie zielgerichtet zur Lösung von Problemen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden verschiedene Strategien an: Übertragen von Lösungsbeispielen, Probieren und Experimentieren, Suchen des Gemeinsamen in Unterschiedlichen (Invarianzprinzip). 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden heuristische Strategien an: systematisches Probieren, Invarianzprinzip, Zerlegen in Teilprobleme, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zurückführen auf Bekanntes. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden heuristische Strategien an: Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zurückführen auf Bekanntes, Variieren von Bedingungen. ❖ wählen geeignete heuristische Strategien aus und wenden diese an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden die heuristische Strategien Substituieren und Spezialisieren an. ❖ wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.

<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen verschiedene Darstellungsformen wie Tabellen, Skizzen oder Graphen zur Problemlösung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Darstellungsformen wie Graphen, Terme und Gleichungen oder geometrische Konstruktionen zur Problemlösung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen vielfältige Darstellungsformen zur Problemlösung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Parametervariationen. ❖ nutzen algebraische, numerische, graphische Verfahren sowie mittlere und lokale Änderungsrate zur Problemlösung.
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ deuten ihre Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung und beurteilen sie. ❖ erkennen die Möglichkeit verschiedener Lösungswege. ❖ vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien. ❖ erkennen, beschreiben und korrigieren Fehler. ❖ erklären Ursachen von Fehlern. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beurteilen ihre Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung. ❖ vergleichen Lösungswege und reflektieren die Problemlösestrategien. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beurteilen ihre Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung. ❖ vergleichen und bewerten Lösungswege und Problemlösestrategien.

3.1.3 Mathematisch modellieren			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen für die Modellierung relevante Informationen aus vertrauten Alltagssituationen und Texten. ❖ formulieren naheliegende Fragen und Vermutungen zur Situation. ❖ strukturieren die Informationen in Hinblick auf die Modellierung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ formulieren Fragen zu unterschiedlichen Aspekten von Situationen. ❖ strukturieren Zusammenhänge in Hinblick auf die Modellierung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen für die Modellierung relevante Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen für die Modellierung relevante Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ finden und beschreiben Modellannahmen in Sachaufgaben. ❖ wählen naheliegende Modelle. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ finden und beschreiben Modellannahmen in Sachaufgaben. ❖ wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nehmen Modellierungen vor, die mehrere Schritte erfordern. ❖ nutzen zur Lösung einer komplexen Aufgabe mehrere Modelle und verknüpfen sie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Realsituationen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ verwenden geometrische Objekte, Diagramme, Tabellen oder Häufigkeiten zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ verwenden Wahrscheinlichkeiten, Terme, Gleichungen oder Funktionen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ verwenden Terme, Gleichungen, Funktionen oder Regressionen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ verwenden Regressionen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen die Ergebnisse ab und prüfen die Plausibilität der Lösung im Hinblick auf die Realsituation. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ interpretieren das Ergebnis in Bezug auf die Realsituation, reflektieren die Annahmen und variieren diese gegebenenfalls. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ vergleichen ihr Modell mit anderen Modellen. ❖ verwenden mathematische Modelle, reflektieren und beurteilen sie im Hinblick auf die Realsituation. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Realsituation.

3.1.4 Mathematische Darstellungen verwenden			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen positive rationale Zahlen in Wortform, Stellenwerttafeln, Ziffern, Zahlensymbole, bildhaft oder auf Zahlengeraden dar. ❖ stellen einfache Körper in Schrägbildern, Modellen oder Netzen dar. ❖ stellen Daten in Tabellen oder Säulendiagrammen dar. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen rationale Zahlen in Ziffern oder auf Zahlengeraden dar. ❖ stellen funktionale Zusammenhänge in Form von Tabellen, Graphen oder Termen dar, auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. ❖ stellen geometrische Sachverhalte in Skizzen, Konstruktionen, Modellen, Netzen oder Schrägbildern dar. ❖ stellen stochastische Sachverhalte durch Baumdiagramme, Tabellen, Vierfeldertafeln dar. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen irrationale Zahlen näherungsweise dar. ❖ stellen statistische Daten durch Vierfeldertafeln dar. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen irrationale Zahlen näherungsweise dar.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen Informationen aus einfachen Grafiken sowie kurzen Texten. ❖ analysieren Darstellungen kritisch und bewerten einzelne Darstellungsformen im Kontext. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ ordnen Informationen aus verschiedenen Darstellungen einander zu und beurteilen ihre Aussagekraft. ❖ wählen Darstellungen adressatengerecht und sachangemessen aus. ❖ beurteilen Darstellungen in Hinblick auf ihre Sachangemessenheit. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen Informationen aus nicht vertrauten Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft. ❖ wählen Darstellungen adressatengerecht und sachangemessen aus. ❖ beurteilen Darstellungen in Hinblick auf ihre Adressatenangemessenheit. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beurteilen Darstellungen in Hinblick auf ihre Adressatenangemessenheit.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ übertragen eine Darstellungsform auf neue Aufgaben. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ übertragen eine vorgegebene Darstellungsform in eine andere. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen.

3.1.5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
	❖ übersetzen zwischen Umgangssprache und Symbolsprache.		❖ verwenden mathematische Symbole und Schreibweisen sachgerecht.
❖ berechnen Zahlenterme.	❖ können überschaubare Terme mit Variablen zusammenfassen, ausmultiplizieren und ausklammern.		❖ formen Terme um, auch mit einem Computer-Algebra-System.
❖ nutzen systematisches Probieren zum Lösen von Gleichungen. ❖ nutzen die Umkehrung der Grundrechenarten zum Lösen einfacher Gleichungen.	❖ stellen lineare Gleichungen auf und nutzen tabellarische, graphische und algebraische Verfahren zum Lösen. ❖ stellen lineare Gleichungssysteme auf und lösen sie mit tabellarischen, graphischen und algebraischen Verfahren.	❖ stellen einfache quadratische Gleichungen auf und lösen sie. ❖ stellen lineare Gleichungssysteme auf und lösen sie mit tabellarischen, graphischen und algebraischen Verfahren.	❖ wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.
	❖ stellen mathematische Situationen durch Terme und Gleichungen dar und interpretieren diese.	❖ stellen Sachzusammenhänge durch Funktionen dar.	❖ stellen Sachzusammenhänge durch Funktionen dar.
	❖ nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung linearer Zusammenhänge.	❖ nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung quadratischer und exponentieller Zusammenhänge.	❖ nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge.
❖ nutzen Überschlagsrechnungen zur Überprüfung von Ergebnissen.	❖ wählen Lösungs- und Kontrollverfahren aus und wenden sie an.	❖ wenden Lösungs- und Kontrollverfahren an und bewerten sie hinsichtlich ihrer Effizienz.	❖ wenden Lösungs- und Kontrollverfahren an und bewerten sie hinsichtlich ihrer Effizienz.

<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Lineal, Geodreieck, Zirkel. 		<ul style="list-style-type: none"> ❖ wählen mathematische Werkzeuge begründet aus und setzen sie ein zur Ermittlung von Lösungen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wählen mathematische Werkzeuge begründet aus und setzen sie ein zur Ermittlung von Lösungen und interpretieren diese in Hinblick auf die Fragestellung.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Software zur Präsentation mathematischer Sachverhalte. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen die eingeführte Technologie zum Berechnen von Lösungen und Kontrolle. ❖ nutzen zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge bzw. zur Ermittlung von Lösungen dynamische Geometrie Software, Tabellenkalkulationen und Funktionsplotter. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge bzw. zur Ermittlung von Lösungen dynamische Geometrie Software, Tabellenkalkulationen, und Funktionsplotter. ❖ nutzen Software oder die eingeführte Technologie beim Wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge bzw. zur Ermittlung von Lösungen ein Computer-Algebra-System. ❖ nutzen Software oder die eingeführte Technologie zum Wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen das Schulbuch und im Unterricht erstellte Zusammenfassungen zum Nachschlagen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Medien zur Informationsbeschaffung. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Formelsammlungen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Formelsammlungen.

3.1.6 Kommunizieren			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie auch die Fachsprache benutzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie auch/zunehmend die Fachsprache benutzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie zunehmend/vornehmlich die Fachsprache benutzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie vornehmlich die Fachsprache benutzen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ präsentieren Überlegungen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen, auch unter Verwendung geeigneter Medien. ❖ dokumentieren ihre Arbeit und ihre eigenen Lernwege und aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse unter Verwendung geeigneter Medien. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ präsentieren Lösungsansätze und Lösungswege, auch unter Verwendung geeigneter Medien. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ präsentieren Problem-bearbeitungen, auch unter Verwendung geeigneter Medien. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ präsentieren Problem-bearbeitungen, auch unter Verwendung geeigneter Medien.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben Lösungswege von Mitschülerinnen und Mitschülern mit eigenen Worten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ vergleichen Lösungswege und Überlegungen anderer und überprüfen diese auf Schlüssigkeit. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ vergleichen Lösungswege und Überlegungen anderer und überprüfen diese auf Schlüssigkeit. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ bewerten Lösungswege und Überlegungen anderer bzgl. Schlüssigkeit und Vollständigkeit.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen und verstehen Daten und Informationen aus einfachen Texten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erfassen mathematische Texte sinnentnehmend. ❖ strukturieren, interpretieren, analysieren und bewerten Daten und Informationen aus Texten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ strukturieren, interpretieren, analysieren und bewerten Daten und Informationen aus Texten. 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ äußern Lob und Kritik konstruktiv und gehen auf Fragen sowie Kritik sachlich und angemessen ein. 			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ bearbeiten im Team Aufgaben oder Problemstellungen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ organisieren die Arbeit im Team selbstständig. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ organisieren die Arbeit im Team selbstständig und entwickeln diese weiter. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beurteilen und bewerten die Arbeit im Team und entwickeln diese weiter.

3.2 Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

3.2.1 Zahlen und Operationen			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10 G- und E- Anspruchsebene Einführungsphase	
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen von natürlichen zu positiven rationalen Zahlen an Beispielen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen/erläutern/begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen von positiven rationalen zu rationalen Zahlen an Beispielen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen/erläutern die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von rationalen zu reellen Zahlen an Beispielen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erläutern und begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von rationalen zu reellen Zahlen an Beispielen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ ordnen und vergleichen positive rationale Zahlen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ ordnen und vergleichen rationale Zahlen. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ deuten Brüche als Anteile und Verhältnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ deuten Brüche als Verhältnisse. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen einfache Bruchteile an verschiedenen Objekten dar. 			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen die Gleichwertigkeit von Brüchen und können diese herstellen 			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ deuten Dezimalbrüche und alltägliche Prozentangaben als Darstellungsformen für Brüche und führen Umwandlungen durch. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen den Prozentbegriff in Anwendungssituationen. ❖ verwenden Prozent und Zinsrechnung sachgerecht. ❖ berechnen Jahreszinsen und rekursiv Zinseszinsen im Sachkontext. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ berechnen Zinseszinsen. 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ rechnen mit natürlichen Zahlen und Dezimalbrüchen in alltagsrelevanten Zahlenräumen. ❖ nutzen einfache Potenzen zur Darstellung von großen Zahlen. ❖ addieren und subtrahieren Brüche in alltagsrelevanten Sachzusammenhängen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ rechnen mit rationalen Zahlen (Brüche und ganze Zahlen) auch in Sachzusammenhängen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen die Besonderheit von irrationalen Zahlen. ❖ rechnen mit reellen Zahlen auch in Sachkontexten. ❖ rechnen mit Wurzeln und Potenzen 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen die Besonderheit von irrationalen Zahlen. ❖ rechnen mit reellen Zahlen auch in Sachkontexten. ❖ rechnen mit Wurzeln und Potenzen. ❖ nennen $\log_b(a)$ als Bezeichnung für die Umkehroperation von $b^x=a$ und berechnen diese.

<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen einfache Rechenaufgaben im Kopf. ❖ rechnen schriftlich in alltagsrelevanten Zahlenräumen. ❖ runden Zahlen sachangemessen. ❖ nutzen Rundungen und Überschlagsrechnungen zur Lösung und zur Kontrolle von Ergebnissen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ führen Rechnungen mit der eingeführten Technologie durch und bewerten die Ergebnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus rationalen Zahlen im Kopf. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus rationalen Zahlen im Kopf.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben Sachverhalte durch Zahlenterme. ❖ geben zu Zahlenterme geeignete Sachsituationen an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben inner- und außermathematische Problemstellungen durch Terme und Gleichungen. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ verwenden Platzhalter bei Zahlenrätseln und einfachen Berechnungen. ❖ erkennen die Struktur von Zahlentermen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ veranschaulichen und deuten Terme in Sachzusammenhängen. ❖ nutzen Variablen in Rechengesetzen und Formeln. ❖ erkennen und vergleichen die Struktur von Termen. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ vereinfachen Terme. ❖ multiplizieren Klammern aus. ❖ faktorisieren Terme. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ begründen exemplarisch Rechengesetze für Quadratwurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ begründen exemplarisch Rechengesetze für Quadratwurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen die Grundrechenarten zum Lösen von Sachproblemen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen lineare Gleichungen durch Probieren, graphisch und algebraisch und beurteilen die Ergebnisse. ❖ lösen einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen graphisch und algebraisch. ❖ lösen lineare Gleichungen und Gleichungssysteme mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. ❖ nutzen beim Gleichungslösen die Probe zur Kontrolle und beurteilen die Ergebnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen lineare Gleichungen sowie lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen in einfachen Fällen algebraisch. ❖ lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen durch Probieren, graphisch, numerisch und mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen quadratische Gleichungen vom Typ $a x^2 + b x = 0$ und $a x^2 + c = 0$ hilfsmittelfrei. ❖ lösen Gleichungen numerisch, graphisch und unter Verwendung eines Computer-Algebra-Systems.

		❖ lösen quadratische Gleichungen vom Typ $a x^2 + c = 0$ und $a x^2 + b x + c = 0$ algebraisch, graphisch und mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	❖ wechseln bei quadratischen Funktionstermen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei zwischen allgemeiner und faktorisierter Form sowie Scheitelpunktform.
			❖ beschreiben Näherungsverfahren und wenden diese an. ❖ kennen den Grenzwert als Zahl, der man sich bei einem Näherungsverfahren beliebig dicht annähert.

3.2.2 Größen und Messen			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	G- und E- Anspruchsebene : Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ messen in ihrer Umwelt Größen in vereinbarten Einheiten. ❖ rechnen alltagsnahe Größen in benachbarte Einheiten um. ❖ wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus. ❖ schätzen und vergleichen Größen über geeignete Repräsentanten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch. 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ entnehmen Maßangaben aus Skizzen und Texten. ❖ entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial und nutzen diese für Berechnungen in Sachsituationen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erstellen maßstäbliche Zeichnungen. ❖ bestimmen Längen durch das Erstellen/das Konstruieren maßstabsgetreuer Zeichnungen. 		

		<ul style="list-style-type: none"> ❖ berechnen Streckenlängen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen. ❖ berechnen Streckenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras. ❖ berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in rechtwinkligen Dreiecken und allgemeinen Dreiecken mithilfe von trigonometrischen Beziehungen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ berechnen Streckenlängen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen. ❖ berechnen Streckenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras. ❖ berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in rechtwinkligen Dreiecken mithilfe von trigonometrischen Beziehungen.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen, messen und zeichnen Winkel. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ berechnen Winkelgrößen über Winkelsummen und begründen diese über Lagebeziehungen in der Ebene. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt geradlinig begrenzter Figuren. ❖ schätzen Umfang und Flächeninhalt von Figuren mithilfe von geradlinig begrenzten Figuren ab und bewerten die Ergebnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Figuren. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Figuren.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ veranschaulichen/begründen die Berechnung für Umfang und Flächeninhalt eines Rechtecks. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ berechnen den Flächeninhalt von Dreieck, Parallelogramm, Trapez, und begründen die Formeln. 		<ul style="list-style-type: none"> ❖ bestimmen näherungsweise den Flächeninhalt von Kreisen und bewerten die Genauigkeit.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Quadern, schätzen Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern mithilfe von Quadern ab und bewerten die Ergebnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Längen, Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Prismen und bewerten die Ergebnisse. ❖ entwickeln Formeln für die Berechnung von Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Körpern (Pyramide, Zylinder, Kegel) und Kugel sowie daraus zusammengesetzter Körper und bewerten die Ergebnisse. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Körpern (Pyramide, Zylinder, Kegel) und Kugel sowie daraus zusammengesetzter Körper und bewerten die Ergebnisse.

3.2.3 Raum und Form			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10 G- und E- Anspruchsebene Einführungsphase	
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben räumliche Strukturen mit den Begriffen Ecke, Kante, Fläche, Oberfläche, Volumen, Mantel. ❖ erkennen und benennen mithilfe der Eigenschaften parallel, senkrecht, Abstand einfache ebene Figuren (Rechteck, Quadrat, Dreieck, Kreis). ❖ beschreiben ebene Strukturen mit den Begriffen Punkt, Strecke, Gerade, Winkel, Radius. ❖ unterscheiden spitze-, stumpfe und rechte Winkel. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen und benennen die Eigenschaften der Dreiecks- und Viereckstypen und ordnen sie nach ihren Eigenschaften. ❖ erkennen und benennen Eigenschaften von Prismen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen und benennen Eigenschaften von Körpern. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen und benennen Eigenschaften von Körpern.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ charakterisieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes und identifizieren sie in ihrer Umwelt. ❖ erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in ihrer Umwelt. 			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen, begründen und erzeugen Symmetrien und Lagebeziehungen geometrischer Objekte. ❖ spiegeln, drehen und verschieben Figuren in der Ebene und erzeugen damit Muster. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen und begründen Kongruenzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen und begründen Ähnlichkeiten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erfassen und begründen Ähnlichkeiten.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ skizzieren und zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometrie Software. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ fertigen Skizzen an. ❖ zeichnen und konstruieren mit Zirkel, Geodreieck und dynamischer Geometrie Software ebene geometrische Objekte. ❖ formulieren Aussagen zur Lösbarkeit und Lösungsvielfalt bei Konstruktionen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen geometrische Probleme zeichnerisch. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen geometrische Probleme zeichnerisch.

❖ stellen Punkte, Strecken und geometrische Figuren im ebenen kartesischen Koordinatensystem dar und lesen Koordinaten ab.			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ zeichnen Schrägbilder und Körpernetze von Würfeln und Quadern. ❖ stellen Modelle her. ❖ entwerfen, ordnen und verifizieren Körpernetze. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ zeichnen Schrägbilder von geraden Prismen, entwerfen Körpernetze und stellen Modelle her. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ zeichnen Körpernetze von geraden Körpern wie Pyramide, Zylinder und Kegel. ❖ stellen Modelle dieser geraden Körpern her. ❖ zeichnen Schrägbilder von geraden Pyramiden. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ zeichnen Körpernetze von geraden Körpern wie Pyramide, Zylinder und Kegel. ❖ stellen Modelle dieser gerade Körpern her. ❖ zeichnen Schrägbilder von geraden Pyramiden.
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen Höhen in Dreiecken und Körpern und nutzen ihre Bedeutung zur Lösung von Problemstellungen. ❖ kennen und zeichnen besondere Linien im Dreieck und nutzen sie zum Lösen von Sachproblemen auch unter Nutzung von dynamischer Geometrie Software. 		
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden Eigenschaften von Ortslinien (Parallele, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende) zur Lösung von Problemen an. 		<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben und erzeugen Parabeln als Ortslinien und wenden deren Eigenschaften an.
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden den Satz des Thales bei Konstruktionen an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales bei Berechnungen und Beweisen an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ wenden den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales bei Berechnungen und Beweisen an.

3.2.4 Funktionaler Zusammenhang			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen Zuordnungen zwischen Zahlen und Größen und stellen sie in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Texten dar. ❖ führen einfache Berechnungen für konkrete Sachsituationen in Tabellen durch. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ identifizieren lineare Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen und Größen in Tabellen, Graphen, Gleichungen, Diagrammen und Texten, beschreiben und erläutern sie. ❖ stellen proportionale Zuordnungen in Tabellen und als Graphen dar und wechseln zwischen den Darstellungen. ❖ stellen antiproportionale Zuordnungen in Tabellen und als Graphen dar und wechseln zwischen den Darstellungen. ❖ nutzen die Eigenschaften von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen bei Berechnungen in Tabellen. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen quadratische, exponentielle Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen und Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, beschreiben diese verbal, erläutern und beurteilen sie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ erkennen quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen und Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, beschreiben diese verbal, erläutern und beurteilen sie.
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen die Eigenschaften der proportionalen Zuordnungen insbesondere in Sachzusammenhängen der Prozent- und Zinsrechnung. ❖ nutzen lineare Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen quadratische und exponentielle Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ nutzen quadratische Funktionen, Potenz- und Exponentialfunktionen sowie Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.

	❖ stellen lineare Funktionen durch Term, Gleichung, Tabelle, Graph dar und wechseln zwischen den Darstellungen.	❖ stellen quadratische und exponentielle Funktionen durch Term, Gleichung, Tabelle, Graph dar und wechseln zwischen den Darstellungen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	❖ stellen Funktionen durch Term, Gleichung, Tabelle, Graph dar und wechseln zwischen den Darstellungen.
	❖ erläutern den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen linearer Funktionen und der Lösbarkeit von Gleichungen und Gleichungssystemen.	❖ erläutern den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen sowohl linearer als auch quadratischer Funktionen und der Lösbarkeit von Gleichungen bzw. linearer Gleichungssysteme.	❖ erläutern den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen quadratischer Funktionen und der Lösung quadratischer Gleichungen.
	❖ modellieren Sachsituationen durch proportionale und anti-proportionale Zuordnungen und lineare Funktionen.	❖ modellieren Sachsituationen durch quadratische und exponentielle Funktionen und nutzen diese zur Lösung von Problemen.	❖ modellieren Sachsituationen durch Funktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.
	❖ untersuchen, beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei linearen Funktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	❖ untersuchen und beschreiben Auswirkungen von Parametervariationen bei linearen Funktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie. ❖ beschreiben Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen und exponentiellen Funktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	❖ führen Parametervariationen für Funktionen mit $y = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ an Beispielen durch, beschreiben und begründen die Auswirkungen auf den Graphen auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.
			❖ bestimmen die Funktionsgleichung aus dem Graphen oder aus Daten unter Verwendung von Regressionen mithilfe der eingeführten Technologie.
		❖ grenzen auch in Sachsituationen lineares und exponentielles Wachstum gegeneinander ab.	❖ grenzen lineares und exponentielles Wachstum gegeneinander ab.

	❖ interpretieren die Steigung als Änderungsrate.	❖ interpretieren die Steigung als Änderungsrate.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben und interpretieren mittlere Änderungsraten und Sekantensteigungen in funktionalen Zusammenhängen, die als Tabelle, Graph oder Gleichung dargestellt sind, berechnen diese auch unter Verwendung der eingeführten Technologie und erläutern sie an Beispielen.
			<ul style="list-style-type: none"> ❖ kennen die lokale Änderungsrate als Grenzwert mittlerer Änderungsraten und die Tangentensteigung als Grenzwert von Sekantensteigungen. ❖ beschreiben und interpretieren die Ableitung als lokale Änderungsrate und als Tangentensteigung, berechnen diese auch unter Verwendung der eingeführten Technologie und erläutern sie an Beispielen. ❖ entwickeln Graphen und Ableitungsgraphen auseinander, beschreiben und begründen Zusammenhänge und interpretieren diese in Sachzusammenhängen.
			<ul style="list-style-type: none"> ❖ bestimmen die Ableitungsfunktion von Potenzfunktionen, $f(x) = \frac{1}{x}$ und $f(x) = \sin(x)$ ❖ wenden die Summen- und Faktorregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an.
			<ul style="list-style-type: none"> ❖ lösen mit der Ableitung von ganzrationalen Funktionen Sachprobleme, insbesondere Optimierungsprobleme, auch unter Verwendung der eingeführten Technologie. ❖ untersuchen Funktionen und ihre Graphen mithilfe der Ableitung zur Klärung von Fragen, die sich aus dem Graphen ergeben, auch unter Verwendung eines Computer-Algebra-Systems. ❖ bestimmen Wendepunkte ganzrationaler Funktionen.

3.2.5 Daten und Zufall			
am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10	
		G- und E- Anspruchsebene	Einführungsphase
Die Schülerinnen und Schüler ...			
<ul style="list-style-type: none"> ❖ planen statistische Erhebungen, erheben die Daten und stellen sie geeignet dar. ❖ werten graphische Darstellungen und Tabellen (Listen) von statistischen Erhebungen aus. ❖ interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen. ❖ berechnen und interpretieren Häufigkeiten. 			<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben die Unterschiede zwischen verschiedenen Häufigkeitsverteilungen auch mit empirischer Standardabweichung. ❖ beschreiben und interpretieren Daten auch mit dem Median.
<ul style="list-style-type: none"> ❖ beschreiben Zufälle und Wahrscheinlichkeiten im Alltag. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag. 		
<ul style="list-style-type: none"> ❖ führen Zufallsexperimente (Laplace und Nicht-Laplace) durch und interpretieren die Ergebnisse. ❖ untersuchen Zufallsgeräte und schließen auf Wahrscheinlichkeiten bzw. Häufigkeiten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ experimentieren mit/ analysieren Zufallsgeräte und schließen auf Wahrscheinlichkeiten bzw. Häufigkeiten. ❖ nutzen Wahrscheinlichkeiten als Prognosen für absolute Häufigkeiten von Ergebnissen. 		
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ führen einstufige/ zweistufige/ mehrstufige Zufallsexperimente durch. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ führen zweistufige/ mehrstufige Zufallsexperimente durch und interpretieren sie. 	

	<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen Zufallsexperimente im Baumdiagramm und Vier-Felder-Tafel dar. ❖ hinterfragen statistische Aussagen mithilfe des Rückwärtsschließens im Baumdiagramm ❖ interpretieren die Ergebnisse von einstufigen/ zweistufigen/ mehrstufigen Zufallsexperimenten. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ stellen Zufallsexperimente im Baumdiagramm und Vier-Felder-Tafel dar. ❖ hinterfragen statistische Aussagen mithilfe des Rückwärtsschließens im Baumdiagramm. ❖ interpretieren die Ergebnisse von zweistufigen/ mehrstufigen Zufallsexperimenten. 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten. ❖ begründen die Additions- und Komplementärregel und wenden sie an. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen/ zweistufigen/ mehrstufigen Zufallsexperimenten. ❖ wenden die Pfad- und Summenregel zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten an und begründen sie. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen/ mehrstufigen Zufallsexperimenten. ❖ wenden die Pfad- und Summenregel zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten an und begründen sie. 	

3.3 Lernbereiche

Die Lernbereiche geben Anregungen und Hilfestellungen für die Erarbeitung schuleigener Arbeitspläne sowie für die Unterrichtsplanung. In den Lernbereichen werden die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen verknüpft und Möglichkeiten einer unterrichtlichen Umsetzung aufgezeigt.

Die fünf inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche werden in den folgenden vier Lernbereichen neu strukturiert und stärker thematisch gegliedert.

Der Lernbereich

- **Mit Zahlen umgehen**
umfasst alle Zahlbereichsentwicklungen sowie die Behandlung von Variablen und Termdarstellungen,
- **Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten**
stellt die systematische Entwicklung eines Funktionsbegriffs in den Mittelpunkt,
- **Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen und auswerten**
enthält alle stochastischen Kompetenzen,
- **Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen**
behandelt die euklidische Geometrie, präzisiert geometrische Begriffsbildungen und zielt auf die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

In jedem Lernbereich werden die verbindlich erwarteten Kompetenzen für einen Doppelschuljahrgang konkretisiert und mit unterrichtspraktischen Handlungsschritten verknüpft. Zur Gewährleistung eines kumulativen Kompetenzaufbaus durchziehen die Lernbereiche alle Doppelschuljahrgänge. Der Lernbereich „Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten“ beginnt dabei erst im Doppelschuljahrgang 7/8. Weiterhin werden die einzelnen Kompetenzen systematisch so ausdifferenziert, dass die zeitliche Entwicklung beim Aufbau der einzelnen Kompetenzen nachvollzogen werden kann.

Die einzelnen inhaltsbezogenen Kompetenzen wurden jeweils nur einmal einem Lernbereich zugeordnet. In der Unterrichtspraxis werden sie jedoch auch in anderen Lernbereichen aufgegriffen.

Innerhalb eines Lernbereiches werden verschiedene Kompetenzen miteinander verbunden. Die Zuordnung einzelner prozessbezogener Kompetenzen zu bestimmten Lernbereichen ist exemplarisch zu verstehen. Prozessbezogene Kompetenzen, die sich besonders gut mit einem Thema verbinden lassen, werden beispielhaft benannt. Sie werden bei vielen Unterrichtseinheiten behandelt, da ihr Erwerb stark von der jeweiligen Aufgabe abhängt. Hervorgehoben wird, dass die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen kontinuierlich erfolgt. Eine prozessbezogene Kompetenz kann nicht isoliert und punktuell, sondern nur über mehrere Unterrichtseinheiten und über die Schuljahrgänge hinweg aufgebaut werden.

Jeder Lernbereich wird in vier Spalten gegliedert. Allen Lernbereichen gemeinsam ist eine Spalte mit der Überschrift Kontext. Hier werden Verknüpfungen der Mathematik zur Lebensumwelt dargestellt. Die anderen drei Spalten sind je nach Lernbereich unterschiedlich:

mit Zahlen umgehen

- Zahlbereiche
- Zahlvorstellungen
- Verfahren
- Kontext

mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten

- Graph
- Tabelle
- Terme
- Kontext

**Daten und Wahrscheinlichkeiten
beschreiben, bestimmen und auswerten**

- Experimente
- Darstellungen
- Auswertungen
- Kontext

**geometrische Strukturen entdecken und
untersuchen**

- Veranschaulichung
- Geometrisches Verständnis
- Berechnung
- Kontext

Diese Aufgliederung verdeutlicht die Vielschichtigkeit der Lernbereiche und zeigt Zusammenhänge für die unterrichtliche Umsetzung auf.

Durch die durchgezogenen waagerechten Linien werden thematische Blöcke gebildet, aus denen sich direkt einzelne Einheiten für den Unterricht ableiten lassen.

Bei der Beschreibung der einzelnen Kompetenzen werden die gleichen Formatierungen wie in den Kompetenzbereichen verwendet. Diese sind:

- keine Hervorhebung – grundlegende Anforderungen für alle drei Anspruchsebenen
- **grau unterlegt** – Erweiterungen für die E- und Z- Anspruchsebenen
- **grau unterlegt und fett gedruckt** – verbindliche Zusätze für die Z- Anspruchsebene

3.3.1 Lernbereich: Mit Zahlen umgehen

Doppelschuljahrgang 5/6

Inhalte / mögliche Ergänzungen

Zahlbereiche	Zahlvorstellung	Verfahren	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... erweitern den Zahlenraum auf großen Zahlen (Millionen,...).	stellen Zahlen auf verschiedene Weisen (in Wortform, Zifferndarstellung, Zahlengerade, Stellenwerttafel, Zahlensymbole) dar.		nennen Beispiele von großen Zahlen aus der Umwelt.
nutzen Zehnerpotenzen zur Vereinfachung von großen Zahlen.	stellen große Zahlen durch Zehnerpotenzen dar.		betrachten Potenzen im Kontexten.
	vergleichen verschiedene gerundete Zahlen miteinander und bewerten die Aussagekraft.	kennen die Regel zum Runden von Zahlen und wenden sie an.	runden Zahlen im Kontext sinnvoll.
		nutzen zur Lösung von Aufgaben Überschlagsrechnungen.	bewerten Lösungen von Überschlagsrechnungen.
		nutzen schriftliche und halbschriftliche Rechenverfahren zur Lösung von Aufgaben im Bereich der natürlichen Zahlen.	entwickeln Vorstellungen zu den Grundrechenarten in Sachkontexten.
	begründen Rechenregeln anhand von Beispielen.	nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen.	
suchen in Unterschiedlichem das Gemeinsame (Invarianzprinzip).	erkennen und beschreiben Regelmäßigkeiten von Zahlenfolgen.		erfahren negative Zahlen in einfachen Sachkontexten als sinnvolle Zahlbereichserweiterung.
	geben zu Zahlentermen geeignete Sachsituationen an z. B. Formeln bei Flächen und Körperberechnung	verwenden Platzhalter bei Zahlenrätseln und einfachen Berechnungen.	beschreiben Sachverhalte durch Zahlenterme.
erweitern den Bereich der natürlichen Zahlen um positive Dezimalbrüche.	stellen Dezimalbrüche auf verschiedene Weisen (in Wortform, Zifferndarstellung, Zahlengerade, Stellenwerttafel) dar.	lösen einfache Rechenaufgaben im Kopf.	nutzen Dezimalbrüche in Sachkontexten.
erläutern die Erweiterung an Beispielen aus der Umwelt (Geld, Gewichte, Längen, Zeit).	rechnen alltagsnahe Längen, Gewichte und Zeiteinheiten in benachbarte Einheiten um.	rechnen mit Größen (Geld, Gewichte, Längen, Zeit).	wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus.

begründen die Anordnung von Dezimalbrüchen durch geeignete Darstellungen (z. B. Zahlengerade, Stellenwerttafel).	ordnen und vergleichen Dezimalbrüche.	addieren und subtrahieren Dezimalbrüche.	nutzen die Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen in Sachzusammenhängen.
finden Fehler in falschen oder Lücken in unvollständigen Argumentationen.	erweitern das Runden von natürlichen Zahlen auf das Runden von Dezimalbrüchen.	lösen Aufgaben durch Überschlagsrechnungen.	nutzen Runden und Überschlagsrechnungen in Sachzusammenhängen und zur Kontrolle von Ergebnissen.
		multiplizieren und dividieren Dezimalbrüche mit natürlichen Zahlen.	modellieren Sachprobleme und nutzen die Grundrechenarten zur Lösung.
erkennen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen von natürlichen Zahlen um Brüche an Beispielen.	stellen Brüche auf verschiedene Weisen (bildhaft, Ziffern und Zahlengerade) dar.		wechseln zwischen Bruchdarstellungen und Größenangaben in Realsituationen.
	deuten Brüche als Anteile.		stellen einfache Bruchteile an verschiedenen Objekten dar.
	deuten Brüche als Verhältnisse.	nutzen Brüche als Operatoren für einfache Berechnungen.	
	erkennen die Gleichwertigkeit von Brüchen, indem sie bildhafte Bruchdarstellungen vergrößern und verfeinern.	kürzen und erweitern Brüche.	
	ordnen und vergleichen Brüche.		
erläutern den Zusammenhang zwischen Dezimalbrüchen und Brüchen.		wechseln in einfachen Fällen zwischen Dezimalbruch- und Bruchschreibweisen.	
	beschreiben die Auswirkungen der Multiplikation/Division, wenn der 2. Faktor/Divisor ein einfacher Dezimalbruch zwischen 0 und 1 ist.	multiplizieren und dividieren Dezimalbrüche an einfachen Beispielen.	nutzen die Multiplikation und Division von Dezimalbrüchen bei der Berechnung von Flächeninhalten und Volumina.
	verdeutlichen durch verschiedene Darstellungen die Addition und Subtraktion von Brüchen.	addieren und subtrahieren Brüche.	addieren und subtrahieren Brüche in alltagsrelevanten Sachsituationen.
	deuten alltägliche Prozentangaben als Darstellungsformen für Brüche.	wandeln einfache Prozentangaben in Brüche um.	

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Große Städte, lange Flüsse, hohe Berge, Bevölkerungszahlen in anderen Ländern und Kontinenten quantitativ erfassen und vergleichen; Diagramme und andere Darstellungsformen erstellen und auf Genauigkeit, Schätzungen und Rundungen hin untersuchen.

Bei der Behandlung von **schriftlichen und halbschriftlichen Rechenverfahren** im Bereich der natürlichen Zahlen steht ein Verständnisaufbau für die einzelnen Grundrechenarten im Mittelpunkt. Besonders bei der Multiplikation und Division reicht die Thematisierung von einfachen Rechenbeispielen aus. Die schriftliche Division von natürlichen Zahlen wird in der Grundschule nur noch in Ansätzen behandelt und ist somit bei vielen Schülerinnen und Schüler noch nicht automatisiert. Auf eine Division mit mehr als zweistelligem Divisor kann in der Regel verzichtet werden.

Bisher bedeutete die Multiplikation von natürlichen Zahlen immer eine Vergrößerung der Zahl. Dieses ist nicht mehr der Fall bei der **Multiplikation mit Zahlen zwischen 0 und 1**. Dieser neue Sachverhalt liegt außerhalb der bisherigen Erfahrung der Schülerinnen und Schüler und bedarf daher der Thematisierung. Ähnliches gilt für die Division.

Beim **Bruchrechnen** werden vordringlich Grundvorstellungen und grundlegende Verfahren gefördert. Dabei sind die verschiedenen Bruchaspekte – Größenaspekt, Anteilaspekt, Verhältnisaspekt, Operatoraspekt, Zahlaspekt – bedeutend. Hierfür bietet sich ein bildhafter Zugang zur Bruchrechnung an.

43

Lernbereich: Mit Zahlen umgehen

Doppelschuljahrgang 7/8

Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene / **Zusätzliche Anspruchsebene**

Zahlbereiche	Zahlvorstellung	Verfahren	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... erkennen/erläutern/ begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen von positiven rationalen zu rationalen Zahlen an Beispielen.	ordnen und vergleichen rationale Zahlen.		ordnen rationale Zahlen Alltagssituationen (z. B. Konto, Klimadiagramm) zu und umgekehrt.
		addieren und subtrahieren rationale Zahlen.	nutzen die Addition und Subtraktion von rationalen Zahlen zur Lösung von Sachproblemen.
	deuten die Addition gleicher Brüche als Multiplikation mit einer ganzen Zahl.	multiplizieren und dividieren Brüche mit ganzen Zahlen.	
	deuten Brüche als Verhältnisse.	multiplizieren und dividieren Brüche miteinander.	
		wenden die Grundrechenarten auf rationale Zahlen an.	nutzen das Rechnen mit rationalen Zahlen zur Lösung von Sachproblemen.

	deuten Hundertstelbrüche als Prozentzahl.		nutzen den Prozentbegriff in Anwendungssituationen.
	erkennen und nutzen Dezimalbrüche, Prozente und Brüche als gleichwertige Darstellungen.	wechseln in einfachen Fällen zwischen der Bruch- und Prozentschreibweise.	
	deuten den Grundwert als 100%, den Prozentwert als Anteil und Prozentsatz als Operator.		identifizieren Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz in Sachsituationen.
verstehen Prozentrechnung als proportionale Zuordnung.	stellen die Größen der Prozentrechnung als Zuordnung in Tabellenform dar.	nutzen den Dreisatz zur Lösung.	nutzen den Dreisatz zur Lösung von Sachproblemen.
		führen Rechnungen mit der eingeführten Technologie aus und bewerten die Ergebnisse.	nutzen Medien (Printmedien, Internet) zur Informationsbeschaffung.
	verstehen die Zinsrechnung als Spezialfall der Prozentrechnung.	nutzen den Dreisatz zur Berechnung von Kapital, Jahreszinsen und Zinssatz.	lösen Sachprobleme mithilfe der Zinsrechnung.
	erkennen die Abhängigkeit der Zinsen vom jeweiligen Zeitraum.	betrachten kürzere Zeiträume und berechnen Tages- und Monatszinsen.	
	erfassen die Bedeutung des veränderten Grundwertes bei der Kapitalentwicklung.	führen Zinseszinsberechnungen in Sachsituationen rekursiv durch, auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen.	lösen Problemstellung im Kontext der Zinsrechnung (z. B. Ratenkredit, Geldanlage) und wählen geeignete Strategien zur Lösung aus.
	verstehen Variablen als Platzhalter (Einsetzungsaspekt).	erstellen zu Termen Wertetabellen.	beschreiben inner- und außermathematische Problemstellungen durch Terme.
	deuten Variablen in Termdarstellungen und Rechengesetzen.	vereinfachen Terme.	veranschaulichen und deuten Terme in Sachzusammenhängen.
	erkennen die Gleichwertigkeit der beiden Seiten einer Gleichung.	lösen Gleichungen durch Probieren.	beschreiben außermathematische Problemstellungen durch Gleichungen.
	deuten das Gleichheitszeichen als Relationszeichen.	lösen Gleichungen durch Äquivalenzumformungen.	beurteilen die Ergebnisse in Hinblick auf die konkrete Situation.
	erkennen, dass eine Gleichung eine, keine oder unendliche viele Lösungen hat.		

	führen die Probe zur Kontrolle von Ergebnissen durch.	erarbeiten Kontrollverfahren (Probe) und wenden sie an.	nutzen Variablen in Formeln.
	erkennen Produkt- und Summengleichheit.	multiplizieren Klammern aus.	
	erläutern/ begründen Rechenregeln und Formeln anhand von Beispielen.	faktorisieren Terme.	
		nutzen die Strategie des Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten zur Lösung von Termumformungen.	

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Das Rechnen mit **negativen Zahlen** kann sich durch praktische Tätigkeiten besser bei den Schülerinnen und Schülern verankern. Hierfür bietet sich z. B. das Laufen auf einem Zahlstrahl an. In der Bewegung können die Schülerinnen und Schüler Rechnungen am eigenen Leib erfahren. Wichtig ist hierfür, dass auch die Sprechweise (Blickrichtung und Laufrichtung) trainiert wird. Eine andere Vorstellungsmöglichkeit wird durch ein „Guthaben und Schulden“ - Spiel eröffnet. Beide Herangehensweisen bieten unterschiedliche Vorstellungsmöglichkeiten zur Erklärung von Rechnungen. Diese können im Verlauf der Einheit immer wieder aufgegriffen werden. Hierbei ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler die für sie beste Form der Erklärung auswählen.

Die Behandlung von **Variablen und Gleichungen** erfordert von den Schülerinnen und Schüler ein Abstrahieren von bisher konkret erlebten Themen. Erste Erfahrungen mit Variablen und Gleichungen haben die Schülerinnen und Schüler schon in der Grundschule gesammelt. Hier wurden Platzhalteraufgaben gelöst, die den Einsetzaspekt von Variablen verwenden. Dass eine Variable ein Platzhalter für eine bestimmte Zahl ist, wird von den meisten Schülerinnen und Schüler verstanden. Problematischer dagegen ist der Kalkülaspekt. Beim Rechnen mit Variablen hat die Variable keine konkrete Bedeutung, sondern es werden die Rechenregeln auf Buchstaben übertragen. Beim Gegenstandaspekt wird eine Variable als unbekannte oder nicht näher bestimmte Zahl betrachtet. Dieser Aspekt wird meistens bei Zahlenrätseln genutzt.

Das **Gleichheitszeichen** muss von den Schülerinnen und Schülern neu interpretiert werden. Bisher wurde das Gleichheitszeichen als Operationszeichen verstanden. Links steht eine Aufgabe und hinter dem Gleichheitszeichen steht die Lösung. Deswegen empfinden Schülerinnen und Schülern das Aufschreiben von Rechenkettens und immer neuen Gleichheitszeichen nicht als falsch. Sie sehen hierbei nicht die Gesamtheit der Gleichung, sondern immer abgeschlossene Teile. Damit die Schülerinnen und Schüler erfolgreich mit Gleichungen operieren können, muss das Gleichheitszeichen als Relationszeichen verstanden werden. Erst dann bekommen beide Seiten einer Gleichung eine Bedeutung, mit der gerechnet werden kann.

Zum **Ausmultiplizieren und Faktorisieren** bietet sich eine Verknüpfung mit der Flächenberechnung an. Durch das Legen von verschiedenen Rechtecken wird die Gleichheit des Produkt- und Summenterms deutlich. Das Material kann im Verlauf der gesamten Einheit bei Bedarf immer wieder verwendet und so als Differenzierungsmöglichkeit genutzt werden.

Lernbereich: Mit Zahlen umgehen			
Doppelschuljahrgang 9/10			
Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene			
Zahlbereiche	Zahlvorstellung	Verfahren	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
erkennen/erläutern die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von rationalen zu reellen Zahlen an Beispielen.	erkennen die Besonderheit von irrationalen Zahlen.		
	verstehen das Quadrieren und das Wurzelziehen als inverse Operationen und wenden sie an.	rechnen mit Wurzeln und Potenzen mithilfe der eingeführten Technologie. ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus rationalen Zahlen im Kopf.	rechnen mit reellen Zahlen in Sachzusammenhängen.
	deuten die Quadratwurzel als Diagonale in einem Quadrat.	übertragen die Wurzelschreibweise in Potenzschreibweise.	
	verstehen die Wurzel als Potenz.	übertragen Potenzen mit negativen Exponenten in Brüche mit positiven Exponenten.	
		vereinfachen Wurzelschreibweisen der Form $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.	
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
Die Schülerinnen und Schüler können z. B. mithilfe einfacher Näherungen erkennen, dass sich irrationale Zahlen nicht durch Brüche ausdrücken lassen und eine Zahlbereichserweiterung vorgenommen werden muss. Dabei können Hypothesen über Anzahl und Anordnung von irrationalen Zahlen auf dem Zahlenstrahl aufgestellt werden sowie Steckbriefe zu Zahlen aus verschiedenen Zahlbereichen erstellt werden.			

Lernbereich: Mit Zahlen umgehen

Doppelschuljahrgang 9/10-Einführungsphase

Zusätzliche Anspruchsebene

Zahlbereiche	Zahlvorstellung	Verfahren	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... erkennen und begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von rationalen zu reellen Zahlen an Beispielen.	erkennen die Besonderheit von irrationalen Zahlen.	führen einfache Näherungen zur Bestimmung von irrationalen Zahlen durch.	deuten die Quadratwurzel als Diagonale in einem Quadrat.
	verstehen das Quadrieren und das Wurzelziehen als inverse Operationen und wenden sie an.	rechnen mit Wurzeln und Potenzen mithilfe der eingeführten Technologie.	rechnen mit reellen Zahlen in Sachzusammenhängen.
		ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus rationalen Zahlen im Kopf.	
	kennen $\sqrt[n]{a}$ als positive Lösung von $x^n = a$.		
	verstehen die Wurzel als Potenz.	übertragen die Wurzelschreibweise in Potenzschreibweise.	
	begründen exemplarisch Rechengesetze für Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an.	erweitern Rechenoperationen um Radizieren und Potenzieren.	

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Die Schülerinnen und Schüler können z. B. mithilfe einfacher Näherungen erkennen, dass **irrationale Zahlen** sich nicht durch Brüche ausdrücken lassen und eine Zahlbereichserweiterung vorgenommen werden muss. Dabei können Hypothesen über Anzahl und Anordnung von irrationalen Zahlen auf dem Zahlenstrahl aufgestellt werden sowie Steckbriefe zu Zahlen aus verschiedenen Zahlbereichen erstellt werden.

3.3.2 Lernbereich: Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten

Doppelschuljahrgang 7/8

Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene / **Zusätzliche Anspruchsebene**

Graph	Tabelle	Terme	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... erweitern das Koordinatensystem auf alle Quadranten. zeichnen Punkte ein.			
stellen Zuordnungen als Graphen dar.	lesen Punkte aus einem Koordinatensystem ab. stellen Zuordnungen in Tabellen dar.		klassifizieren Zuordnungen unter begründeter Angabe von spezifischen Eigenschaften (Nullpunkt, Steigung, linear, gebogen“, fallend - steigend).
stellen proportionale und antiproportionale Zuordnungen im Graphen dar.	nutzen den Dreisatz als Verfahren zur Berechnung von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen.	erkennen proportionale und antiproportionale Zuordnungen und führen Berechnungen durch.	modellieren Sachsituationen durch Zuordnungen und nutzen diese zur Lösung.
	führen Rechnungen mit der eingeführten Technologie aus und bewerten die Ergebnisse.		übertragen innermathematische Problemstellungen in Zuordnungen.
nutzen Software oder die eingeführte Technologie zur Darstellung von Graphen.	nutzen Tabellenkalkulationen zur Erkundung mathematischer Zusammenhänge.		
zeichnen lineare Funktionsgraphen und lesen Wertepaare ab.	stellen Wertetabellen auf und nutzen diese zum Zeichnen von Graphen.	entwickeln Funktionsterme aus Wertetabellen.	stellen aus Sinnkontexten Wertetabellen auf und drücken diese durch Funktionsgleichungen aus.
lesen Nullstellen ab und interpretieren sie als Lösung einer Gleichung.	kennen die Funktionsgleichung $f(x) = m x + b$ und nutzen sie zum Anfertigen von Wertetabellen und für Berechnungen.	lösen lineare Gleichungen algebraisch und deuten das Ergebnis in Hinblick auf die Funktion.	deuten und bewerten Nullstellen im Hinblick auf Sachverhalte.
interpretieren die Steigung als Änderungsrate.		kennen die Funktionsgleichung $f(x) = m x + b$ und nutzen sie zum Bestimmen von $f(x)$ - Achsenabschnitt und Steigung.	beschreiben in Sachsituationen die Änderungsrate.

lesen Schnittpunkte ab und interpretieren sie als Lösung von Gleichungssystemen.	kennen den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen und der Lösbarkeit der zugehörigen Gleichungssysteme.	lösen einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen algebraisch.	deuten und bewerten Schnittpunkte im Hinblick auf Sachverhalte.
variieren die Parameter m und b und beschreiben die Veränderungen des Funktionsgraphen mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.		begründen Auswirkungen von Parametervariationen.	interpretieren die Parameter in Anwendungssituationen.
		nutzen lineare Funktionen zur Lösung von realitätsnahen Problemen.	äußern präzisere Vermutungen und machen sie einer mathematischen Überprüfung zugänglich, auch unter Verwendung geeigneter Medien.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Aufgrund der engen Verknüpfung der Zuordnungen zur Prozent- und Zinsrechnung im Lernbereich „mit Zahlen umgehen“ ist es von Vorteil, wenn das Thema Zuordnungen vor der Prozentrechnung behandelt wird.

Es hat sich bewährt, den **Zuordnungsaspekt** einer Funktion handlungsorientiert anzulegen und zu entwickeln. Geeignet sind Experimente wie das Befüllen von Gefäßen, wobei Messwerte für Zeit und Wasserstandshöhe, aber auch Zeit und Volumen einander zugeordnet werden. Dabei kann ein besonderer Schwerpunkt auf der rein qualitativen graphischen Darstellung von Füllvorgängen verschiedener Gefäße liegen, insbesondere auf der Zuordnung verschiedener Füllgraphen und möglicher Gefäße bzw. der Skizze von Füllgraphen zu bestimmten Gefäßen.

Zur Vertiefung bietet es sich an, graphische Fahrpläne und Fahrpläne mit Abfahrtszeittabellen wie Bahn- und/ oder Busfahrplan der Schulwege zu lesen und eigene graphische Pläne zu erstellen.

Die Behandlung von **Funktionen** wird hier systematisch aufgebaut. Hierfür werden qualitative Funktionsbetrachtungen quantitativen vorangestellt. Insbesondere wird auf den dynamischen Aspekt von Funktionen (Änderungsverhalten) eingegangen. Das Interpretieren von Graphen, Tabellen und Funktionsgleichungen hat die gleiche Bedeutung wie die Erstellung. Rechnergestütztes Arbeiten mit Funktionsplottern oder Tabellenkalkulationen oder der Einsatz von Computer-Algebra-Systemen wird besonders für die Schülerinnen und Schüler im Z-Kurs kontinuierlich aufgebaut und in den Lernprozess integriert. In diesen Schuljahrgängen wird der propädeutische Variablenbegriff vertieft. So treten verstärkt Formeln und Termumformungen auf. Bei dieser Vertiefung wird – an Stelle reines Kalkültrainings – der Bedeutung von Termen und deren Umformung besonderes Gewicht beigemessen. Ein reines Abarbeiten von mathematisch formulierten Sätzen ist nicht empfehlenswert. Der Äquivalenzbegriff wird nicht nur mengentheoretisch verwendet, sondern auch z. B. für Gleichheit von Flächeninhalten oder Volumina genutzt.

Lernbereich: Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten			
Doppelschuljahrgang: 9/10			
Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene			
Graph	Tabelle	Terme	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
interpretieren die Steigung als Änderungsrate.			deuten die Änderungsrate in Sachsituationen.
deuten Schnittpunkte linearer Funktionen als Lösung von Gleichungssystemen.	lesen Schnittpunkte in Wertetabellen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie ab.	lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen algebraisch mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.	modellieren Sachsituationen durch Gleichungssysteme und bewerten den Schnittpunkt bzgl. der Situation.
lösen Gleichungssysteme graphisch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	kennen den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen und der Lösbarkeit der zugehörigen Gleichungssysteme.	vergleichen und bewerten graphische und algebraische Lösungswege und Ergebnisse.	nutzen zur Lösung von Problemen Gleichungssysteme.
zeichnen Graphen quadratischer Funktionen und lesen Punkte auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie ab.	stellen Wertetabellen auf und nutzen sie zum Zeichnen von Funktionsgraphen.		entwickeln aus Sachkontexten Wertetabellen und Graphen und interpretieren die Ergebnisse.
lesen Nullstellen ab und deuten sie als Lösungen von quadratischen Gleichungen.	kennen den Zusammenhang zwischen der Lage des Graphen von quadratischen Funktionen und der Lösung von quadratischen Gleichungen.	lösen quadratische Gleichungen der Form $0 = a x^2 + b$ algebraisch lösen quadratische Gleichungen der Form $0 = a x^2 + b x + c$ algebraisch.	deuten Nullstellen im Sachzusammenhang.
lesen besondere Punkte quadratischer Funktionen (Scheitelpunkt, Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse) ab.		kennen die Funktionsgleichung $f(x) = a(x - d)^2 + e$ (Scheitelpunktform) und nutzen sie zum Bestimmen von Scheitelpunkt und Streckfaktor.	deuten den Scheitelpunkt und den Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse im Sachzusammenhang.
beschaffen sich aus Graphen geeignete Informationen für Argumentationen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	nutzen Funktionsgleichungen zum Anfertigen von Wertetabellen und für Berechnungen.	kennen die Funktionsgleichung $f(x) = a x^2 + b$ $f(x) = a x^2 + b x + c$ (Normalform) und nutzen sie zum Bestimmen vom Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse und dem Streckfaktor.	modellieren Sachsituationen durch quadratische Funktionen, stellen Funktionsgleichungen auf und nutzen diese zur Lösung von Problemen.
		wechseln zwischen der Scheitelpunktform und der Normalform.	wählen die Darstellungsform sachangemessen aus.

erkennen die Symmetrien von quadratischen Funktionen.		untersuchen und beschreiben Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie.	interpretieren die Parameter in Anwendungssituationen.
zeichnen Exponentialfunktionen auch mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie und beschreiben den Verlauf des Graphen.	stellen Wertetabellen für Exponentialfunktionen auf und nutzen sie zum Zeichnen.		nutzen Exponentialfunktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge.
	kennen die Funktionsgleichung $f(x) = c \cdot a^x + b$ und nutzen sie zum Anfertigen von Wertetabellen und für Berechnungen.	stellen exponentielle Funktionsgleichungen der Form $f(x) = c \cdot a^x + b$ auf.	beschreiben Sachverhalte durch exponentielle Funktionsgleichungen und nutzen diese zum Lösen von Problemstellungen.
	interpretieren Zinseszinsberechnungen als Wachstumsprozesse.	berechnen Zinseszinsen.	verwenden mathematische Modelle, reflektieren und beurteilen sie im Hinblick auf die Realsituation und zeigen ihre Grenzen auf.
beschreiben die Auswirkungen der Parametervariation auf den Graphen.		führen eine Parametervariation der exponentiellen Funktionsgleichung mithilfe von Software oder der eingeführten Technologie durch.	interpretieren die Parameter in Anwendungssituationen.
vergleichen lineare und exponentielle Funktionsgraphen.		vergleichen lineare und exponentielle Funktionsgleichungen.	grenzen lineares und exponentielles Wachstum gegeneinander ab.
			begründen ihre Modellauswahl und bewerten die Modellauswahl anderer.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Bei der Behandlung von **Gleichungssystemen** ist es nicht notwendig, dass die Schülerinnen und Schüler viele Verfahren beherrschen. Der verständige Umgang mit ausgewählten Verfahren spielt eine größere Rolle. Hierfür ist eine Kombination von graphischen Lösungen und algebraischen Rechnungen hilfreich. Um den Nutzen von Gleichungssystemen deutlich zu machen, ist eine Einbettung in Sachkontexte (wie z. B. Handy-, Strom- und Gas-Tarife, Taxi- und Mietwagenkosten) schon zu Beginn der Einheit sinnvoll.

Es gibt einige Beispiele aus der Umwelt, die durch **quadratische Funktionen** näherungsweise beschrieben werden können. Diese sind z. B. Brückenbögen oder Wurf- und Sprungverläufe. Die Modellierung von diesen Situationen durch quadratische Funktionen bietet eine Kombination des mathematischen Themas mit der Umwelt und zeigt Anwendungsmöglichkeiten auf. Die quadratischen Funktionen werden mit den linearen Funktionen verglichen.

Zu **Wachstums-** und Zerfallsprozessen (Schokolinsen, Malzbierschaum, Kaffeetemperatur) können Versuchsreihen durchgeführt werden. Die Exponentialfunktionen werden kontextbezogen aus sinnvollen Anwendungssituationen entwickelt. Den Schülerinnen und Schülern wird an ausgewählten Stellen ein rechnergestütztes Arbeiten oder der Einsatz von Software ermöglicht.

Lernbereich Mit Zuordnungen und Veränderungen arbeiten

Doppelschuljahrgang 9/10-Einführungsphase

Zusätzliche Anspruchsebene

Graph	Tabelle	Terme	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... zeichnen Graphen quadratischer Funktionen und lesen Punkte auch mithilfe der eingeführten Technologie ab.	stellen Wertetabellen auf und nutzen sie zum Zeichnen von Funktionsgraphen.		entwickeln aus Sachkontexten Wertetabellen und Graphen und interpretieren die Ergebnisse.
lesen Nullstellen ab und deuten sie als Lösungen von quadratischen Gleichungen.	kennen den Zusammenhang zwischen der Lage von quadratischen Funktionen und der Lösung von quadratischen Gleichungen.	lösen quadratische Gleichungen vom Typ $a x^2 + b x = 0$ und $a x^2 + c = 0$ hilfsmittelfrei.	deuten Nullstellen im Sachzusammenhang.
		lösen quadratische Gleichungen numerisch, graphisch und unter Verwendung eines Computer-Algebra-Systems.	
lesen besondere Punkte quadratischer Funktionen (Scheitelpunkt, Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse) ab.		kennen die Funktionsgleichung $f(x) = a(x - d)^2 + e$ (Scheitelpunktform) und nutzen sie zum Bestimmen von Scheitelpunkt und Streckfaktor.	deuten den Scheitelpunkt und den Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse im Sachzusammenhang.
beschaffen sich aus Graphen geeignete Informationen für Argumentationen auch mithilfe der eingeführten Technologie.	nutzen Funktionsgleichungen zum Anfertigen von Wertetabellen und für Berechnungen.	kennen die Funktionsgleichung $f(x) = a x^2 + b x + c$ (Normalform) und nutzen sie zum Bestimmen vom Schnittpunkt mit der $f(x)$ -Achse und Streckfaktor.	modellieren Sachsituationen durch quadratische Funktionen, stellen Funktionsgleichungen auf und nutzen diese zur Lösung von Problemen.
beschreiben die Auswirkungen der Parametervariation auf den Graphen mithilfe der eingeführten Technologie.		untersuchen und beschreiben Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen auch mithilfe der eingeführten Technologie.	
erkennen die Symmetrien von quadratischen Funktionen.		wechseln bei quadratischen Funktionstermen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei zwischen allgemeiner	

		und faktorisierter Form sowie Scheitelpunktform.	
zeichnen die Graphen von Potenz-, Exponential- sowie Sinus- und Kosinusfunktionen auch mithilfe der eingeführten Technologie.	stellen Wertetabellen für die Potenz-, Exponential- sowie Sinus- und Kosinusfunktionen auch mithilfe der eingeführten Technologie auf.	vergleichen die verschiedenen Funktionsklassen und beschreiben Unterschiede und Gemeinsamkeiten.	modellieren Sachsituationen mit Potenz-, Exponential- sowie Sinus- und Kosinusfunktionen und nutzen sie zur Lösung von Problemen.
beschreiben die Auswirkungen der Parametervariation auf den Graphen.	kennen den Zusammenhang zwischen Grad und Bogenmaß.	führen Parametervariationen mit Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen der Form $y = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ durch, beschreiben und begründen die Auswirkungen auf den Graphen auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.	interpretieren die Parameter in Anwendungssituationen.
bestimmen eine Funktionsgleichung aus dem Graphen oder aus Daten unter Verwendung von Regressionen mithilfe der eingeführten Technologie.	kennen $\log_b(a)$ als Bezeichnung für die Umkehroperation von $b^x = a$.	lösen Exponentialgleichungen unter Verwendung eines Computer-Algebra-Systems.	erkennen in Anwendungen periodischer Zusammenhänge.
beschreiben und interpretieren mittlere Änderungsraten und Sekantensteigungen in Graphen.	berechnen aus Daten die mittlere Änderungsrate.	berechnen zu einer gegebenen Funktion die Sekantensteigung auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.	interpretieren die mittlere Änderungsrate in Sachzusammenhängen und erläutern sie an Beispielen.
beschreiben den Übergang von der Sekanten- zur Tangentensteigung.	entwickeln mithilfe der mittleren Änderungsrate den Übergang zur lokalen Änderungsrate.	kennen die lokale Änderungsrate als Grenzwert mittlerer Änderungsraten und die Tangentensteigung als Grenzwert von Sekantensteigungen.	interpretieren die lokale Änderungsrate in Sachzusammenhängen.
beschreiben die Ableitung als Tangentensteigung.		beschreiben und interpretieren die Ableitung als lokale Änderungsrate.	interpretieren die Ableitung in Sachzusammenhängen und erläutern sie an Beispielen.
zeichnen den Graph der Ableitungsfunktion.		berechnen die Ableitung auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.	
beschreiben und begründen Zusammenhänge zwischen Graph und Ableitungsgraph.		bestimmen die Ableitungsfunktion von Potenzfunktionen und von $f(x) = \frac{1}{x}$.	

entwickeln Graph und Ableitungsgraph auseinander.			begründen Zusammenhänge zwischen Graph und Ableitungsgraph und interpretieren diese in Sachzusammenhängen.
		kennen zur Bildung der Ableitungsfunktion die Potenz-, Faktor- und Summenregel und wenden diese zur Berechnung der Ableitungsfunktion an.	lösen mit der Ableitung Sachprobleme mit Anwendungsbezug, auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.
beschreiben den Zusammenhang zwischen dem Graph der Sinusfunktion und ihrem Ableitungsgraphen.		bestimmen die Ableitung der Sinusfunktion.	
identifizieren die Extremstellen in der Funktion und ihrer Ableitung.		bestimmen Extrem- und Wendepunkte ganzrationaler Funktionen auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.	
untersuchen die Eigenschaften ganzrationaler Funktionen.		nutzen die Ableitungsfunktion zur Untersuchung von Eigenschaften ganzrationaler Funktionen.	interpretieren die Eigenschaften in Sachzusammenhängen.
nutzen den Graph der Ableitungsfunktion zur Lösung von Sachproblemen.		lösen mit der Ableitung von ganzrationalen Funktionen Sachprobleme, insbesondere Optimierungsprobleme, auch unter Verwendung der eingeführten Technologie.	modellieren Optimierungsproblemen.
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
<p>Es gibt einige Beispiele aus der Umwelt, die durch quadratische Funktionen näherungsweise beschrieben werden können. Dieses sind z. B. Brückenbögen oder Wurf- und Sprungverläufe. Die Modellierung von diesen Situationen durch quadratische Funktionen bietet eine Kombination des mathematischen Themas mit der Umwelt und zeigt Anwendungsmöglichkeiten auf. Die quadratischen Funktionen werden mit den linearen Funktionen verglichen.</p> <p>Das zentrale Problem, von der mittleren zur lokalen Änderungsrate zu gelangen, wird mit der für die Mathematik typischen Strategie der Zurückführung auf Bekanntes gelöst: Die bekannte Berechnung von Sekantensteigungen wird für die Berechnung der Tangentensteigung genutzt.</p> <p>Die verschiedenen Grundvorstellungen zur Ableitung als lokale Änderungsrate, lineare Approximation oder Tangentensteigung beinhalten ein Verständnis der auftretenden Approximationsprozesse, die verschiedene Facetten des Grenzwertbegriffs beleuchten.</p> <p>Diese Lernprozesse sind komplex, brauchen vielfältige inner- und außermathematische Kontexte und deshalb Zeit und eignen sich besonders zur inneren Differenzierung.</p> <p>Das graphische Differenzieren eignet sich dabei als Schätzmethode, um zunächst anschaulich eine mögliche Ableitungsfunktion zu erzeugen, die dann mithilfe des Differenzenquotienten analytisch bestätigt wird.</p>			

3.3.3 Lernbereich: Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen, auswerten

Doppelschuljahrgang 5/6

Inhalte / mögliche Ergänzungen

Experimente	Darstellungen	Auswertungen	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... planen Datenerhebungen in der eigenen Klasse und führen sie durch.	zeichnen Balken-, Säulen-, Kreis-, Blockdiagramm, Blätter-Stängel-Diagramm.	bestimmen und deuten Kenngrößen: Spannweite, Zentralwert (Median) und häufigster Wert (Modalwert).	entnehmen Informationen aus einfachen Grafiken sowie kurzen Texten.
strukturieren die Informationen.	erstellen Strichlisten und Ranglisten.	berechnen und deuten den arithmetischen Mittelwert.	nutzen Kenngrößen zum Vergleich von Datenreihen.
	erstellen aus gegebenen Datenerhebungen Diagramme und Tabellen.	entnehmen aus Daten und Grafiken Informationen, stellen geeignete Fragen und beantworten diese.	analysieren Darstellungen kritisch und bewerten einzelne Darstellungsformen im Kontext.
	übertragen eine Darstellungsform auf neue Aufgaben.	präsentieren Überlegungen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen, auch unter Verwendung von Medien.	nutzen verschiedene Darstellungen zur Problemlösung.
tragen Wertepaare im Koordinatensystem ein und lesen sie ab.	nutzen Tabellen zum strukturierten Darstellen von Daten.		übertragen Sachverhalte in mathematische Darstellungen.
entnehmen Informationen aus einfachen Grafiken.	führen einfache Berechnungen für konkrete Sachsituationen in Tabellen durch.		übertragen mathematische Darstellungen auf Sachverhalte.
führen einstufige Zufallsversuche (Laplace und Nicht-Laplace) durch.	stellen Beziehungen zwischen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten bei Laplaceversuchen her.	bestimmen für einfache Versuchsreihen absolute und relative Häufigkeiten.	
schätzen Häufigkeiten.	verknüpfen die Bruchdarstellung mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit und begründen die Beziehung.	bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten als Bruch und Dezimalzahl.	beschreiben Zufälle und Wahrscheinlichkeiten im Alltag.
lösen Probleme durch Probieren und Experimentieren.		wenden die Regeln der Bruchrechnung an (Erweitern, Kürzen, Addition, Subtraktion).	erläutern Lösungen durch Bezug auf die Realsituation.
untersuchen Zufallsgeräte und schließen auf Häufigkeiten.		begründen die Addition- und Komplementärregel und wenden sie an.	deuten Brüche als Wahrscheinlichkeiten und nennen geeignete Zufallsexperimente.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Die Schülerinnen und Schüler erheben mit einem Fragebogen Daten, z. B. zu Lieblingstier, Geschwisterzahl, Länge und Dauer des Schulwegs, stellen diese Daten in Listen und **Diagrammen** dar und bestimmen **Kenngrößen**. Die Ergebnisse können mit Parallelklassen verglichen werden.

Zu Beginn dieser Klassenstufe bietet sich eine handlungsorientierte Einführung in den Bereich der **Wahrscheinlichkeitsrechnung** an. Über Versuchsreihen zum Würfeln untersuchen Schülerinnen und Schüler (selbst gebaute) unregelmäßige Körper hinsichtlich ihrer Gewinnchancen und vergleichen diese mit regelmäßigen „Würfeln“ wie Quader, Würfel, Ikosaeder usw.. Hierbei können intuitive Aussagen über faire und unfaire Spiele getroffen werden. Für Voraussagen beim Würfeln mit beliebigen Körpern werden deren geometrische Eigenschaften thematisiert. Des Weiteren bieten sich Versuche mit Glücksrädern an. Hierdurch erwerben die Schülerinnen und Schüler die Anteilsvorstellung von Brüchen.

Lernbereich: Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen, auswerten

Doppelschuljahrgang: 7/8

Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene / **Zusätzliche Anspruchsebene**

Experimente	Darstellungen	Auswertungen	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... führen Laplace und Nicht-Laplace Experimente durch.	notieren alle Ergebnisse von Laplace- und Nicht-Laplace- Experimenten und schließen auf Häufigkeiten.	bestimmen absolute und relative Häufigkeiten.	beziehen die ermittelten Häufigkeiten auf Sachsituationen.
bestimmen bei Laplace-Experimenten Wahrscheinlichkeiten.		unterscheiden zwischen Zufall und Wahrscheinlichkeit.	analysieren Zufallsgeräte (Laplace und Nicht-Laplace).
		nutzen Wahrscheinlichkeiten als Prognosen für absolute Häufigkeiten von Ergebnissen.	interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag und nutzen sie.
führen einstufige/ zweistufige/ mehrstufige Zufallsversuche durch.	nutzen Baumdiagramme als Möglichkeit der Darstellung.	berechnen Wahrscheinlichkeiten mit der Pfad- und Summenregel.	
planen Experimente (z. B. mit Reißzwecken, Würfeln, Urnen) selbstständig und führen diese durch.	ordnen Informationen aus verschiedenen Darstellungen einander zu.	analysieren Zufallsgeräte auf Gewinnchancen.	
	ordnen Daten in der Vierfeldertafel und nutzen diese für das Rückwärtsschließen im Baumdiagramm.	begründen die Pfad- und Summenregel.	interpretieren das Ergebnis in Bezug auf die Realsituation, reflektieren die Annahmen und variieren diese gegebenenfalls.
		nutzen zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die Umkehrung des Baumdiagramms.	strukturieren, interpretieren, analysieren und bewerten Daten und Informationen aus Texten.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Die Schülerinnen und Schüler bringen vielfältige Erfahrungen im Bereich der **Wahrscheinlichkeitsrechnung** mit. Diese Erfahrungen wurden im Kontext von Spielen gesammelt und haben einen Wahrscheinlichkeitsbegriff geprägt, der zum mathematischen Wahrscheinlichkeitsbegriff z. T. konträr ist. In der Erfahrungswelt wird je nach Spiel eine 6 bei einem Würfel als nicht so wahrscheinlich empfunden wie eine 1. Es ist ein Ziel dieser Unterrichtseinheit, diesen Wahrscheinlichkeitsbegriff aufzubrechen. Im Unterricht können Glücksspiele entwickelt und untersucht werden. Hierbei können sowohl Laplace - Experimente (Würfel, Münzen) als auch Nicht-Laplace-Experimente (Reißzwecken, Steine) thematisiert werden. Bei mehrstufigen Zufallsexperimenten können zur Dokumentation aller möglichen Ergebnisse Baumdiagramme genutzt werden. Eine Erweiterung stellt hierbei das verkürzte Baumdiagramm dar. In diesem Zusammenhang wird zwischen Experimenten mit und ohne Zurücklegen unterschieden. Weiterhin bietet es sich an, das Gesetz der Serie zu hinterfragen, den Einsatz und die Gewinnwahrscheinlichkeiten zu untersuchen und zu vergleichen und Spielsucht zu thematisieren.

Lernbereich: Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen, auswerten

Doppelschuljahrgang: 9/10

Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene

Experimente	Darstellungen	Auswertungen	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ... führen Zufallsexperimente (z. B. Münze, Würfel, Urne) durch.	erweitern die einstufigen/ zweistufigen Baumdiagramme auf zweistufige/mehrstufige Baumdiagramme.	nutzen die Pfad- und Summenregel für die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zweistufigen/ mehrstufigen Experimenten.	interpretieren die Ergebnisse.
	ordnen Daten in der Vierfeldertafel und nutzen diese für das Rückwärtsschließen im Baumdiagramm.	nutzen zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die Umkehrung des Baumdiagramms (Rückwärtsschließen).	hinterfragen statistische Aussagen mithilfe des Rückwärtsschließens im Baumdiagramm.
		begründen die Pfad- und Summenregel.	deuten ihre Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung und bewerten sie.
			entnehmen Informationen aus anspruchsvolleren Texten und überprüfen statistische Aussagen.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Werten statistische Aussagen (z. B. Bildungsabschlüsse, medizinische Tests) mithilfe der **Wahrscheinlichkeitsrechnung** aus und überprüfen sie.

Lernbereich: Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen, auswerten			
Doppelschuljahrgang 9/10-Einführungsphase			
Zusätzliche Anspruchsebene			
Experimente	Darstellungen	Auswertungen	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
	stellen größere Datenmengen in Häufigkeitsverteilungen auch mithilfe der eingeführten Technologie dar.	bestimmen Kenngrößen und nutzen sie zur Beschreibung von Häufigkeitsverteilungen.	entnehmen aus Sachsituationen Daten.
		berechnen die empirische Standardabweichung auch mithilfe der eingeführten Technologie.	interpretieren Daten und Kenngrößen situationsgerecht.
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
Hier werden umfangreiche Datensätze analysiert.			

3.3.4 Lernbereich: Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen

Doppelschuljahrgang 5/6

Inhalte / mögliche Ergänzungen

Veranschaulichung	Geometrisches Verständnis	Berechnung	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
benennen und charakterisieren Objekte als geometrische Körper (Anzahl von Ecken, Kanten, Flächen).	beschreiben räumliche Strukturen mit den Begriffen Ecke, Kante, Fläche, Oberfläche, Volumen, Mantel.		charakterisieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes und identifizieren sie in ihrer Umwelt.
skizzieren und zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometrie Software.			
erkennen und benennen einfache ebene Figuren mithilfe der Eigenschaften parallel, senkrecht, Abstand.	stellen Fragen zu den Eigenschaften von Figuren und äußern begründete Vermutungen in eigener Sprache.		nutzen Informationen aus Messungen für naheliegende Begründungen.
stellen Modelle (Flächen- und Kantenmodelle) her und beschreiben ihr Vorgehen.	beschreiben ebene Strukturen mit den Begriffen Punkt, Strecke, Gerade.		entnehmen Informationen (z. B. Bauanleitungen) aus einfachen Grafiken sowie kurzen Texten.
zeichnen Schrägbilder und Körpernetze von Würfeln und Quadern.	entwerfen, ordnen und verifizieren Körpernetze.		
schätzen, messen und zeichnen Winkel.	klassifizieren Winkel (spitze, rechte, stumpfe, überstumpfe).		
	interpretieren Winkel als Drehung und Richtung.		teilen ihre Überlegungen zu Drehungen und Winkeln anderen verständlich mit, wobei sie auch die Fachsprache benutzen.
zeichnen Kreise mithilfe des Zirkels.	untersuchen Eigenschaften von Kreisen.		identifizieren Kreise in der Umwelt.
spiegeln, drehen und verschieben Figuren in der Ebene.	erkennen, begründen und erzeugen Symmetrien und Lagebeziehungen geometrischer Objekte.		untersuchen und beschreiben Symmetrien in der Umwelt.
stellen geometrische Figuren im Koordinatensystem dar.			geben Punkte im Gelände auf Karten und in Koordinatensystemen an

veranschaulichen/begründen die Berechnung für Umfang und Flächeninhalt eines Rechtecks.	messen Flächeninhalte durch Auslegen, Zerlegen und Ergänzen.	schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken.	messen in ihrer Umwelt Längen und Flächeninhalte in vereinbarten Einheiten.
		rechnen alltagsnahe Flächeneinheiten in benachbarte Einheiten um.	
messen Volumina durch Ausfüllen und Verdrängen.	stellen Wortgleichungen für die Flächen- und Volumenberechnung von Körpern auf und nutzen sie.	schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Quadern und zusammengesetzten Körpern und bewerten die Ergebnisse.	messen in ihrer Umwelt Volumina in vereinbarten Einheiten.
	wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus.	rechnen alltagsnahe Volumeneinheiten in benachbarte Einheiten um.	entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial und nutzen diese zur Berechnung in Sachsituationen.

Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen

Für die Entwicklung von Raumvorstellungen spielt dieser Doppelschuljahrgang entwicklungspsychologisch eine entscheidende Phase. Wichtig ist, dass alle drei Teilaspekte der Raumvorstellung – räumliches Orientieren, räumliches Vorstellen und räumliches Denken – entwickelt werden können. Vorteilhaft ist, wenn die Schülerinnen und Schüler immer wieder mit den geometrischen Objekten konkret handelnd umgehen. Zum Aufbau von räumlich visuellen Kompetenzen sind räumliche Visualisierungen, Wahrnehmungen, Orientierungen und Beziehungen sowie Vorstellungsfähigkeit von Rotation von großer Bedeutung.

Bei der Behandlung von geometrischen Strukturen gibt es vielfältige Möglichkeiten für fächerübergreifendes und anwendungsorientiertes Lernen. Die Schülerinnen und Schüler setzen Körper aus **Würfel und Quader** zusammen. Zum Vorbereiten der Körpernetze können die Oberflächen der gebauten Körper farbig markiert werden, für die Erstellung von Bauanleitungen wird eine Schreibweise vereinbart. Hierbei können die Lagebeziehungen wie parallel und senkrecht am Objekt erkannt werden. Für die spätere Entwicklung eines Höhenbegriffs ist ein systematischer Aufbau des Abstandsbegriffs sehr wichtig.

Winkel können für Aufgaben aus dem Themengebieten Orientierung mit Karten, Kompass und Himmelsrichtungen genutzt werden. Winkel lassen sich als Drehbewegungen erfahrbar machen. Für die Erfahrung der Eigenschaften von **Kreisen** kann es hilfreich sein, wenn man nicht sofort einen Zirkel zum Zeichnen verwendet, sondern erst andere Hilfsmittel wie Pflöck und Schnur einsetzt. Bei der Darstellung von Punkten im **Koordinatensystem** kann auch bereits ein vollständiges Koordinatensystem genutzt werden.

Symmetrien können in der Natur z. B. bei Kristallen und in der Pflanzenwelt erkannt werden. Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen können beim Anfertigen von verschiedenen Bandornamenten genutzt werden. Hierbei bieten sich Untersuchungen von Bandornamenten in der Umwelt, z. B. Fenster, Stoffe, Porzellan, Tapeten an.

Flächen werden mit geometrischen Figuren ausgelegt, es werden Flächeninhalte bestimmt und das Einheitsquadrat als geeignetes Vergleichsmittel erkannt. Ein ähnliches Vorgehen bietet sich bei der Volumenberechnung von Quadern an.

Lernbereich: Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen			
Doppelschuljahrgang 7/8			
Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene / Zusätzliche Anspruchsebene			
Veranschaulichung	Geometrisches Verständnis	Berechnung	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
fertigen Skizzen von Dreiecken an und bezeichnen Winkel, Seiten und Eckpunkte.	benennen und klassifizieren Dreiecke nach dem Kriterium der Achsensymmetrie (gleichschenkl., gleichseitig) und nach Winkelgröße (spitz-, stumpf-, rechtwinklig).	berechnen fehlende Winkelgrößen über die Winkelsumme und mithilfe von Neben-, Scheitel-, Wechsel-, Stufenwinkel .	widerlegen falsche Aussagen zu Dreiecken durch ein Gegenbeispiel.
erkennen, dass durch Beispiele der Satz zur Winkelsumme im Dreieck nicht bewiesen werden kann.	beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (Symmetrie, Kongruenz).	beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck.	nutzen Symmetrie und Kongruenz zur Lösung von Problemen.
zeichnen und konstruieren mit Zirkel, Geodreieck und dynamischer Geometrie Software ebene geometrische Objekte.	formulieren Aussagen zur Lösbarkeit und Lösungsvielfalt bei Konstruktionen.		finden Fehler in Konstruktionen und korrigieren sie.
zeichnen die Höhen und Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden und Seitenhalbierenden in Dreiecken ein	kennen den Begriff der Höhe und können Höhen in Dreiecken identifizieren.		
konstruieren mithilfe von dynamischer Geometrie Software die besonderen Linien und Punkte im Dreieck und erzeugen die Ortslinien.	kennen die Eigenschaften der besonderen Punkte und Linien im Dreieck.		nutzen die Eigenschaften der besonderen Punkte, Linien und Ortslinien im Dreieck zum Lösen von Sachproblemen.
zeichnen rechtwinklige Dreiecke unter Verwendung des Satz des Thales.	wenden den Satz des Thales bei Konstruktionen an.		
zeichnen Dreiecke und Vierecke.	erkennen und benennen die Eigenschaften der Dreiecks- und Viereckstypen und ordnen sie nach ihren Eigenschaften .		widerlegen falsche Aussagen (z. B. zu Eigenschaften von Vierecken) durch ein Gegenbeispiel
zerlegen und ergänzen Dreiecke und Vierecke zur Flächenberechnung in bekannte Flächen.	stellen Wortgleichungen und Formeln für die Flächen- und Umfangsberechnung auf und nutzen sie.	schätzen und berechnen Flächeninhalte und Umfänge von Dreiecken, Parallelogrammen und Trapezen.	nutzen die heuristische Strategie „Zurückführen auf Bekanntes“ bei der Herleitung von Formeln zur Flächenberechnung.

erkennen, dass jede geradlinig begrenzte Fläche durch Zerlegungen oder Ergänzungen in bekannte Flächen berechnet werden kann.	begründen die Berechnungen/ Formeln für den Flächeninhalt von Dreieck, Parallelogramm und Trapez.	berechnen zusammengesetzte Flächen durch Zerlegung oder Ergänzung.	
zeichnen Netze, Schrägbilder von geraden Prismen und stellen Modelle her.	erkennen und benennen Eigenschaften von geraden Prismen.	schätzen und berechnen Längen, Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Prismen und zusammengesetzten Körpern und bewerten die Ergebnisse.	
erkennen Höhen in Körpern.	entwickeln Formeln für die Berechnung von Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen.	nutzen Formeln zur Berechnung von Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Prismen und lösen sie nach der gesuchten Größe auf.	identifizieren in ihrer Umwelt geometrische Körper.
erstellen maßstäbliche Zeichnungen.	können geeignete Problemlösestrategien auswählen und anwenden.	bestimmen Längen durch das Erstellen/das Konstruieren maßstabsgetreuer Zeichnungen.	planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch.
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
Dreiecke oder Vierecke werden in bereits bekannte Figuren zerlegt oder zu bereits bekannten Figuren ergänzt. Hierdurch entwickeln sich die Formeln zur Flächenberechnung von Dreiecken, Parallelogrammen und Trapezen. Außerdem erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie Flächeninhalte von geradlinig begrenzten Flächen auf bekannte Flächen zurückgeführt und berechnet werden können.			
Bei der Behandlung von Flächen und Körpern bietet sich das Konstruieren und Bauen von eigenen Häusern an.			

Lernbereich: Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen			
Doppelschuljahrgang 9/10			
Grundlegende Anspruchsebene / Erhöhte Anspruchsebene			
Veranschaulichung	Geometrisches Verständnis	Berechnung	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
	bestimmen Eigenschaften ähnlicher Figuren.		identifizieren ähnliche Objekte in der Umwelt.
konstruieren maßstäblich	erkennen und begründen Ähnlichkeiten geometrischer Objekte.	bestimmen Verhältniszahlen in ähnlichen Dreiecken durch Messen.	
lösen geometrische Probleme zeichnerisch.	nutzen Ähnlichkeitsbeziehungen zur Analyse von Problemstellungen.	berechnen Streckenlängen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen.	nutzen Ähnlichkeitsbeziehungen zur Lösung von Sachproblemen.
führen Zerlegungen oder	vollziehen einen Beweis des Satzes		bauen Argumentationsketten beim

Ergänzungen zum Beweis des Satzes des Pythagoras durch.	des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck nach und erläutern ihn.		Beweis zum Satz des Pythagoras auf.
	überprüfen die Flächengleichheit von Quadraten an Dreiecken.	berechnen den Flächeninhalt von Quadraten mithilfe des Satzes des Pythagoras.	
	kehren den Satz des Pythagoras um und überprüfen hiermit die Rechtwinkligkeit von Dreiecken.	berechnen Streckenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras.	wenden den Satz des Pythagoras zur Lösung von Sachaufgaben an.
zeichnen Kreise und Kreisteile sowie zusammengesetzte Figuren.	erkennen die Kreiszahl π als Verhältnis von Kreisumfang und Durchmesser.	schätzen und berechnen Kreisumfang, Kreisfläche und Kreisteile sowie zusammengesetzte Figuren und bewerten die Ergebnisse.	nutzen Kreisberechnung zur Lösung von Sachproblemen.
bestimmen das Volumen von Körpern durch Ausfüllen und Verdrängen.	erkennen und benennen Eigenschaften von Körpern und nutzen sie zur Herleitung von Formeln zur Volumen- und Oberflächenberechnung.	schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Körpern wie Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel und zusammengesetzten geraden Körpern auch unter Verwendung der Formelsammlung.	untersuchen Körper in der Umwelt und bewerten ihre Berechnungen.
zeichnen Schrägbilder von geraden Pyramiden.			
zeichnen Körpernetze von geraden Körpern wie Pyramide, Zylinder und Kegel.			
stellen Modelle von geraden Körpern her.			
untersuchen und bestimmen Verhältniszahlen in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken (Tangens, Sinus, Kosinus).		berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe von trigonometrischen Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken.	planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch.
	leiten den Sinussatz her.	nutzen den Sinus- und den Kosinussatz zur Berechnung in allgemeinen Dreiecken.	begründen die Allgemeingültigkeit von Sinus- und Kosinussatz.
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
Im Zusammenhang mit Ähnlichkeitsbeziehungen kann auch die zentrische Streckung behandelt werden. Durch die Durchführung von Streckungen und die Berechnung des Streckfaktors können die Verhältnisgleichungen bei den Ähnlichkeitsbeziehungen erkannt werden.			
Es bietet sich an, die Überlegungen zur Flächengleichheit beim Satz des Pythagoras auf andere Flächen über den Dreiecksseiten zu übertragen.			

Außerdem können als Erweiterungen die Kathetensätze und der Höhensatz thematisiert werden.

An Objekten aus dem Alltag kann das Verhältnis zwischen Umfang und Radius bestimmt und dadurch die **Kreiszahl π** exemplarisch angenähert werden. Es bietet sich an, verschiedene Methoden zur Näherung der Zahl π zu verwenden. Neben der Bestimmung des Verhältnisses zwischen Umfang und Radius kann die Annäherung durch Auslegen von Kreisflächen erfolgen oder über die Annäherung des Kreisumfangs über Umfänge regelmäßiger n-Ecke. Eine Verbindung kann zum Lernbereich „Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen und auswerten“ hergestellt werden (z. B. Monte-Carlo Methode).

Die **trigonometrischen Beziehungen** in Dreiecken finden ihre Anwendung bei der Messung im Gelände. Durch verschiedene Hilfsmittel wie Theodolit oder Försterdreieck werden an praktischen Beispielen Höhen und Streckenlängen bestimmt.

Lernbereich: Geometrische Strukturen entdecken und untersuchen			
Doppelschuljahrgang 9/10-Einführungsphase			
Zusätzliche Anspruchsebene			
Veranschaulichung	Geometrisches Verständnis	Berechnung	Kontext
Die Schülerinnen und Schüler ...			
konstruieren maßstäblich.	bestimmen Eigenschaften ähnlicher Figuren.		identifizieren ähnliche Objekte in der Umwelt.
lösen geometrische Probleme zeichnerisch.	erkennen und begründen Ähnlichkeiten geometrischer Objekte.	bestimmen Verhältniszahlen in ähnlichen Dreiecken durch Messen.	
führen Zerlegungen oder Ergänzungen zum Beweis des Satzes des Pythagoras durch.	nutzen Ähnlichkeitsbeziehungen zur Analyse von Problemstellungen.	berechnen Streckenlängen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen.	nutzen Ähnlichkeitsbeziehungen zur Lösung von Sachproblemen.
	vollziehen einen Beweis des Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck nach und erläutern ihn.		bauen Argumentationsketten beim Beweis zum Satz des Pythagoras auf.
	überprüfen die Flächengleichheit von Quadraten an Dreiecken.	berechnen die Flächeninhalte von Quadraten mithilfe des Satzes des Pythagoras.	
	kehren den Satz des Pythagoras um und überprüfen hiermit die Rechtwinkligkeit von Dreiecken.	führen Berechnungen mithilfe des Satzes des Pythagoras und des Satzes des Thales durch.	wenden den Satz des Pythagoras zur Lösung von Sachaufgaben an.
zeichnen Kreise und Kreisteile sowie zusammengesetzte Figuren.	erkennen die Kreiszahl π als Verhältnis von Kreisumfang und Durchmesser.	bestimmen näherungsweise den Flächeninhalt von Kreisen und bewerten die Genauigkeit.	
		schätzen und berechnen Kreisumfang, Kreisfläche und Kreisteile	nutzen Kreisberechnung zur Lösungen von Sachproblemen.

bestimmen das Volumen von Körpern durch Ausfüllen und Verdrängen.	erkennen und benennen Eigenschaften von Körpern und nutzen sie zur Herleitung von Formeln zur Volumen- und Oberflächenberechnung.	sowie zusammengesetzte Figuren und bewerten die Ergebnisse. schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von geraden Körpern wie Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel und zusammengesetzten geraden Körpern auch unter Verwendung der Formelsammlung.	untersuchen Körper in der Umwelt und bewerten ihre Berechnungen.
zeichnen Schrägbilder von geraden Pyramiden.			
zeichnen Körpernetze gerader Körper wie Pyramide, Zylinder und Kegel.			
stellen Modelle von geraden Körpern her.			
untersuchen und bestimmen Verhältniszahlen in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken (Tangens, Sinus, Kosinus).		berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe von trigonometrischen Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken.	planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch.
		nutzen die Strategie der Rückführung auf Bekanntes bei der Berechnung von Winkelgrößen und Streckenlängen im allgemeinen Dreieck.	
Vorschläge / Anregungen / Erläuterungen			
<p>Im Zusammenhang mit Ähnlichkeitsbeziehungen kann auch die zentrische Streckung behandelt werden. Durch die Durchführung von Streckungen und die Berechnung des Streckfaktors können die Verhältnisgleichungen bei den Ähnlichkeitsbeziehungen erkannt werden.</p> <p>Es bietet sich an, die Überlegungen zur Flächengleichheit beim Satz des Pythagoras auf andere Flächen über den Dreiecksseiten zu übertragen. Außerdem können als Erweiterungen die Kathetensätze und der Höhensatz thematisiert werden.</p> <p>An Objekten aus dem Alltag kann das Verhältnis zwischen Umfang und Radius bestimmt werden und dadurch die Kreiszahl π exemplarisch angenähert werden. Es bietet sich an, verschiedene Methoden zur Näherung der Zahl π zu verwenden. Neben der Bestimmung des Verhältnisses zwischen Umfang und Radius kann die Annäherung durch Auslegen von Kreisflächen erfolgen oder über die Annäherung des Kreisumfangs über Umfänge regelmäßiger n-Ecke. Eine Verbindung kann zum Lernbereich „Daten und Wahrscheinlichkeiten beschreiben, bestimmen und auswerten“ hergestellt werden (z. B. Monte-Carlo Methode).</p> <p>Die trigonometrischen Beziehungen in Dreiecken finden ihre Anwendung bei der Messung im Gelände. Durch verschiedene Hilfsmittel wie Theodolit oder Försterdreieck können an praktischen Beispielen Höhen und Streckenlängen bestimmt werden.</p>			

4 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Leistungsfeststellungen und Leistungsbewertungen geben den Schülerinnen und Schülern Rückmeldungen über die erworbenen Kompetenzen und den Lehrkräften Orientierung für die weitere Planung des Unterrichts sowie für notwendige Maßnahmen zur individuellen Förderung.

Leistungen im Unterricht werden in allen Kompetenzbereichen festgestellt. Dabei ist zu bedenken, dass die sozialen und personalen Kompetenzen, die über das Fachliche hinausgehen, von den im Kerncurriculum formulierten erwarteten Kompetenzen nur in Ansätzen erfasst werden.

Grundsätzlich ist zwischen Lern- und Leistungssituationen zu unterscheiden. In Lernsituationen ist das Ziel der Kompetenzerwerb. Fehler und Umwege dienen den Schülerinnen und Schülern als Erkenntnismittel, den Lehrkräften geben sie Hinweise für die weitere Unterrichtsplanung. Das Erkennen von Fehlern und der produktive Umgang mit ihnen sind konstruktiver Teil des Lernprozesses. Für den weiteren Lernfortschritt ist es wichtig, bereits erworbene Kompetenzen herauszustellen und Schülerinnen und Schüler zum Weiterlernen zu ermutigen. Bei Leistungs- und Überprüfungssituationen steht die Vermeidung von Fehlern im Vordergrund. Das Ziel ist, die Verfügbarkeit der erwarteten Kompetenzen nachzuweisen.

Ein an Kompetenzerwerb orientierter Unterricht bietet den Schülerinnen und Schülern durch geeignete Aufgaben einerseits ausreichend Gelegenheiten, Problemlösungen zu erproben, andererseits fordert er den Kompetenznachweis in anspruchsvollen Leistungssituationen ein. Dies schließt die Förderung der Fähigkeit zur Selbsteinschätzung der Leistung ein.

Neben der kontinuierlichen Beobachtung der Schülerinnen und Schüler im Lernprozess und ihrer individuellen Lernfortschritte, die in der Dokumentation der individuellen Lernentwicklung erfasst werden, sind die Ergebnisse schriftlicher, mündlicher und anderer spezifischer Lernkontrollen zur Leistungsfeststellung heranzuziehen.

Festlegungen zur Anzahl der bewerteten schriftlichen Lernkontrollen trifft die Fachkonferenz auf der Grundlage der Vorgaben des Erlasses „Die Arbeit in den Schuljahrgängen 5 bis 10 der Integrierten Gesamtschulen (IGS)“ in der jeweils gültigen Fassung.

Die **schriftlichen Lernkontrollen** entsprechen dem unterrichtlichen Vorgehen und spiegeln die Vielfalt der im Unterricht erarbeiteten Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten wider. Bei der Konzeption von schriftlichen Lernkontrollen ist darauf zu achten, dass sie den Nachweis der Kompetenzen in den drei Anforderungsbereichen ermöglichen. Die erwarteten Kompetenzen sind als Regelanforderungen zu verstehen und stellen den Bezugsrahmen für die Bewertung dar. In schriftlichen Lernkontrollen ist auf einen verständigen Umgang mit mathematischen Verfahren zu achten. Dies gilt sowohl bei Aufgaben mit Verwendung von Hilfsmitteln (Formelsammlung, Rechner-technologie) als auch bei hilfsmittel-

frei zu bearbeitenden Aufgaben. Die Inhalte von schriftlichen Lernkontrollen beziehen sich überwiegend auf den unmittelbar vorangegangenen Unterricht, sollen aber auch Gelegenheit geben, im Rahmen von Vernetzungen Lerninhalte aus vorangegangenem Unterricht sinnvoll einzubinden.

Für die **Gesamtbewertung** treten zu den schriftlichen Lernkontrollen mündliche und andere fachspezifische Leistungen. Die Ergebnisse schriftlicher Lernkontrollen und die sonstigen Leistungen sollen etwa gleichgewichtig in die Zeugnisnote eingehen.

Zu den **mündlichen** und **andere fachspezifische Leistungen** zählen z. B.:

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch
- Mündliche Überprüfungen
- Unterrichtsdokumentationen (z. B. Protokoll, Lernbegleitheft, Lerntagebuch, Portfolio)
- Anwenden fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen
- Präsentationen, auch mediengestützt (z. B. durch Einsatz von Multi Media, Plakat, Modell)
- Ergebnisse von Partner- oder Gruppenarbeiten und deren Darstellung
- Langzeitaufgaben und Lernwerkstattprojekte
- Freie Leistungsvergleiche (z. B. Schülerwettbewerbe)

Diese Leistungen setzen sich aus dem Ablauf der Lern- und Arbeitsprozesse, den individuellen Leistungszuwächsen sowie Kompetenzerweiterungen und den entstehenden Lern- und Arbeitsergebnissen zusammen. Hierbei sind sowohl die prozessbezogenen als auch die inhaltsbezogenen Kompetenzen zu berücksichtigen. Im Mathematikunterricht sind bei kooperativen Arbeitsformen sowohl die individuelle Leistung als auch die Gesamtleistung der Gruppe in die Bewertung mit einzubeziehen. Die Lernentwicklungsberichte geben eine differenzierte Darstellung der Lernentwicklung der Schülerin oder des Schülers und Hinweise für die weitere Förderung.

Die Leistungsbewertung muss den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -bedingungen der Schülerinnen und Schüler gerecht werden. Hierbei muss die Leistungsbewertung ab Schuljahrgang 7 auf die jeweilige **Anspruchsebene** bezogen sein. Zu beachten sind die Regelungen des Erlasses „Zeugnisse in den allgemein bildenden Schulen“ in der jeweils gültigen Fassung.

5 Aufgaben der Fachkonferenz

Die Fachkonferenz erarbeitet unter Beachtung der rechtlichen Grundlagen und der fachbezogenen Vorgaben des Kerncurriculums einen schuleigenen Arbeitsplan (Fachcurriculum).

Der schuleigene Arbeitsplan ist regelmäßig zu überprüfen und weiterzuentwickeln, auch vor dem Hintergrund interner und externer Evaluation. Die Fachkonferenz trägt somit zur Qualitätsentwicklung des Faches und zur Qualitätssicherung bei.

Die Fachkonferenz

- erarbeitet Themen bzw. Unterrichtseinheiten, die den Erwerb der erwarteten Kompetenzen ermöglichen, und beachtet ggf. vorhandene regionale Bezüge,
- legt die zeitliche Zuordnung innerhalb der Doppeljahrgänge unter Berücksichtigung der Durchlässigkeit zwischen den Kursen bei äußerer Fachleistungsdifferenzierung fest,
- entscheidet, welches Schulbuch eingeführt werden soll, und trifft Absprachen zu sonstigen Materialien, die für das Erreichen der Kompetenzen wichtig sind,
- entwickelt ein fachbezogenes und fachübergreifendes Konzept zum Einsatz von Medien im Zusammenhang des schulinternen Mediacurriculums,
- benennt fachübergreifende und fächerverbindende Anteile des Fachcurriculums,
- trifft Absprachen zur einheitlichen Verwendung der Fachsprache und der fachbezogenen Hilfsmittel,
- trifft Absprachen über die Anzahl und Verteilung verbindlicher Lernkontrollen im Schuljahr,
- trifft Absprachen zur Konzeption und zur Bewertung von schriftlichen, mündlichen und fachspezifischen Lernkontrollen,
- bestimmt das Verhältnis von schriftlichen, mündlichen und anderen fachspezifischen Leistungen bei der Festlegung der Zeugnisnote,
- berät über Differenzierungsmaßnahmen und unterstützt die Umsetzung von Unterrichtskonzepten mit innerer Differenzierung,
- entwickelt Kriterien für die Umsetzung und für die Zuordnung zu den drei Anspruchsebenen,
- wirkt mit bei der Entwicklung des Förderkonzepts der Schule und stimmt die erforderlichen Maßnahmen zur Umsetzung ab,
- entwickelt Konzepte und Projekte für den Umgang mit Vielfalt und Heterogenität in Integrationsklassen,
- initiiert und fördert Anliegen des Faches bei schulischen und außerschulischen Aktivitäten (z. B. Nutzung außerschulischer Lernorte, Besichtigungen, Projekte, Teilnahme an Wettbewerben),
- stimmt die fachbezogenen Arbeitspläne der Grundschule und der weiterführenden Schule ab,
- wirkt mit an Konzepten zur Unterstützung von Schülerinnen und Schülern beim Übergang in berufsbezogene Bildungsgänge,
- entwickelt ein Fortbildungskonzept für die Fachlehrkräfte,
- unterstützt die Kooperation im Fachkollegium, um Unterrichtserfahrungen und -materialien auszutauschen und zu dokumentieren,
- unterstützt die Mitarbeit der Schule in Netzwerken.